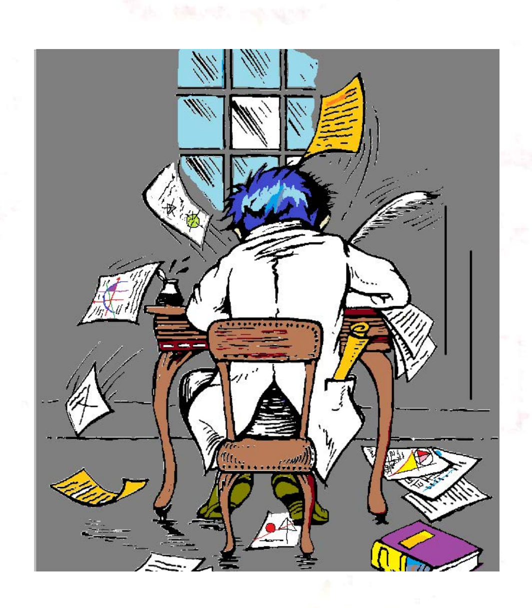
ثانية باك علوم تجريبية

الكهرباء

2eme Bac



الكهرمغناطيسية



التمرين الأول

يمثل الشكل التالي ملفا لولبيا طوله L = 50 cm وعدد لفاته N = 200. المحور x'x للملف اللولبي أفقي وعمودي على مستوى خط الزوال المغناطيسي.

يمر في الملف اللولبي تيار كهربائي شدته I = 50 m A.

1) حدد مميزات متجهة المجال المغناطيسي $\overrightarrow{B_S}$ الذي يحدثه الملف اللولبي بداخله.

2) ارسم، بدون سلم، المتجهة $\overrightarrow{B_S}$ والمركبة الأفقية $\overrightarrow{B_H}$ لمتجهة المجال المغناطيسي الأرضي ومتجهة المجال المغناطيسي الناتج $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_S} + \overrightarrow{B_H}$

3) نضع في مركز الملف إبرة ممغنطة قابلة للدوران حول محور رأسي ثابت، فنلاحظ أن اتجاهها يُكوِّن زاوية α مع المحور x ' x.

3.1 - احسب شدة المجال المغناطيسي الذي يؤثر على الإبرة الممغنطة.

3.2 - احسب الزاوية α.

نعطي : $B_H = 2.10^{-5}$ T و $\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ S.I. نفاذية الفراغ

الحل

1) يكون المجال المغناطيسي داخل الملف اللولبي منتظما ومميزات متجهته $\overrightarrow{B_S}$ هي :

- الإتجاه : يوازي المحور x'x
- المنحى : من اليمين الى اليسار (نحصل عليه بتطبيق قاعدة اليد اليمنى مثلا)
- الشدة : $B_S = \mu_0 \, n \, I$ مع $n = \frac{N}{L}$

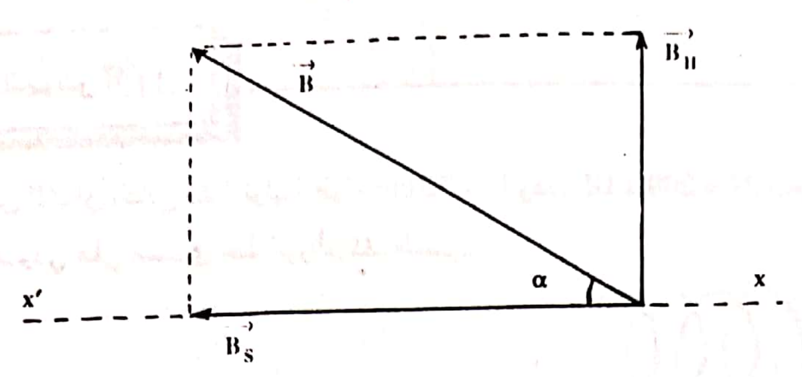
$$\boxed{B_S = \mu_0 \frac{N}{L} I}$$

ت.ع :

$$B_S = 4\pi . 10^{-7} . \frac{200}{50.10^{-2}} . 50.10^{-3}$$

$$\underline{B_S = 2,51.10^{-5} \text{ T}}$$

2) تنتمي المتجهة $\overrightarrow{B_H}$ الى مستوى خط الزوال المغناطيسي حيث إنها عمودية على المحور x'x



3) 3.1 - المجال المغناطيسي الذي يؤثر على الإبرة المغنطة داخل الملف اللولبي هو المجال المغناطيسي الناتج $\vec{B}$.

نطبق مبرهنة فيتاغورس لأن $\vec{B_S}$ عمودية على $\vec{B_H}$ ، فنجد :

$$B = \sqrt{B_S^2 + B_H^2}$$

ت.ع : $B = \sqrt{(2,51 \cdot 10^{-5})^2 + (2 \cdot 10^{-5})^2}$

$$\underline{B = 3,21 \cdot 10^{-5}\ T}$$

3.2 - تأخذ الإبرة المغنطة اتجاه المتجهة $\vec{B}$. ، إذن :

$$\tan\alpha = \frac{B_H}{B_S}$$

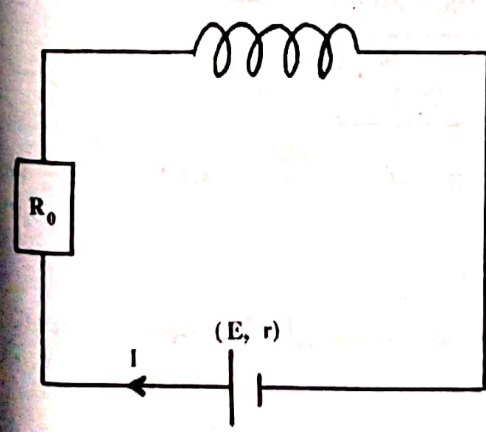
ت.ع : $\tan\alpha = \dfrac{2 \cdot 10^{-5}}{2,51 \cdot 10^{-5}}$

$$\tan\alpha \approx 0,797$$

ومنه : $\underline{\alpha = 38,5°}$

التمرين الثاني

بواسطة سلك موصل مغلف، طوله L وقطر مقطعه d = 1 mm ، نكون ملفا لولبيا، لفاته متصلة، طوله $\ell = 0,5$ m وشعاعه R = 2 cm.



1) احسب عدد اللفات في المتر n للملف اللولبي.

2) احسب L.

3) نستعمل الملف اللولبي في الدارة الكهربائية التالية :

3.1 - أوجد تعبير الشدة B للمجال المغناطيسي بداخل الملف اللولبي بدلالة E ، r ، R_0 و n.

نهمل مقاومة الملف اللولبي.

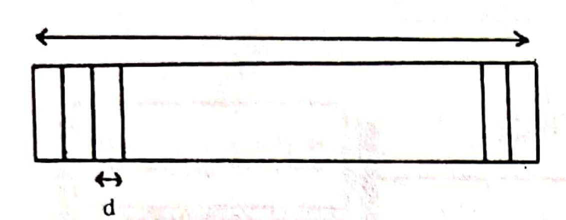
3.2 - احسب R_0 لتكون شدة المجال المغناطيسي داخل

الملف اللولبي هي $B = 0,01\ T$.

نعطي : $\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}\ S.I$ ، $E = 24\ V$ و $r = 1,5\ \Omega$

الحـــل

1) عدد اللفات في الملف اللولبي هو :



$$N = \frac{\ell}{d}$$

عدد اللفات في المتر للملف اللولبي هو :

$$n = \frac{N}{\ell}$$

$$n = \frac{\frac{\ell}{d}}{\ell} = \frac{1}{d}$$

$$\boxed{n = \frac{1}{d}}$$

ت.ع :

$$n = \frac{1}{10^{-3}}$$

$$n = 10^{3}\ m^{-1}$$

2) طول السلك اللازم لإنجاز لفة واحدة هو :

$$a = 2\pi R$$

طول السلك اللازم لإنجاز N لفة للملف اللولبي هو :

$$L = N a$$

$$L = \frac{\ell}{d}(2\pi R)$$

أو

$$\boxed{L = 2\pi\frac{\ell R}{d}}$$

ت.ع :

$$L = 2 . \pi . \frac{0,5 . 2 . 10^{-2}}{10^{-3}}$$

$$L = 62,8\ m$$

3.1 - نطبق قانون بويي فنجد تعبير الشدة I للتيار الكهربائي المار في الدارة : $I = \frac{E}{r + R_0}$

تعبير شدة المجال المغناطيسي داخل الملف اللولبي هو :

$$B = \mu_0\, n\, I$$

أو :

$$\boxed{B = \mu_0\, n\, \frac{E}{r + R_0}}$$

3.2 - من التعبير السابق لدينا :

$$r + R_0 = \frac{\mu_0 n E}{B}$$

ومنه :

$$\boxed{R_0 = \frac{\mu_0 n E}{B} - r}$$

ت.ع :

$$R_0 = \frac{4\pi . 10^{-7} . 10^3 . 24}{0,01} - 1,5$$

$$\underline{R_0 \approx 1,52\,\Omega}$$

التمرين الثالث

يتحرك أيون الليثيوم $^6_3Li^+$ في مجال مغناطيسي منتظم $B = 0,12\ T$ بسرعة $v = 1,6 . 10^5\ m.s^{-1}$ وفق مسار دائري شعاعه R.

1) احسب كتلة هذا الأيون

2) احسب كمية الحركة p والطاقة الحركية E_C لهذا الأيون .

3) احسب الشعاع R.

نعطي : $kg\ 1,67 . 10^{-27} \approx$ كتلة النوترون $\approx$ كتلة البروتون. الشحنة الإبتدائية : $e = 1,6 . 10^{-19}\ C$

نهمل كتلة الإلكترون أمام الكتل الأخرى .

الحل

1) يتكون أيون الليثيوم $^6_3Li^+$ من :

- 3 بروتونات (p)
- 3 نوترونات (n)
- إلكترونين (e^-)

كتلة الأيون هي :

$$m = 3\,m_p + 3\,m_n + 2\,m_{e^-}$$

$$m \approx 6 \times 1,67 . 10^{-27}$$

$$\underline{m \approx 10^{-26}\ kg}$$

2) كمية حركة الأيون هي :

$$p = m\,v$$

$$p = 10^{-26} . 1,6 . 10^5$$

$$\underline{p = 1,6 \cdot 10^{-21}\ kg \cdot m \cdot s^{-1}}$$

الطاقة الحركية للأيون هي :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot 10^{-26} x (1,6 \cdot 10^5)^2$$

$$\underline{E_C = 1,28 \cdot 10^{-16}\ J}$$ أو $$\underline{E_C = 800\ eV}$$

3) تعبير شعاع المسار الدائري للأيون هو :

$$R = \frac{m v}{q B}$$ مع $q = e$ شحنة الأيون

أو:

$$\boxed{R = \frac{p}{e B}}$$

ت.ع. :

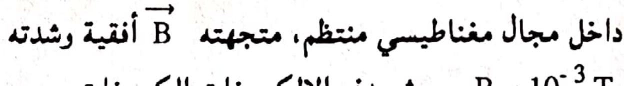
$$R = \frac{1,6 \cdot 10^{-21}}{1,6 \cdot 10^{-19} x 0,12}$$

$$\underline{R \approx 0,083\ m}$$

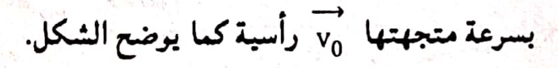
أو :

$$\underline{R = 8,3\ cm}$$

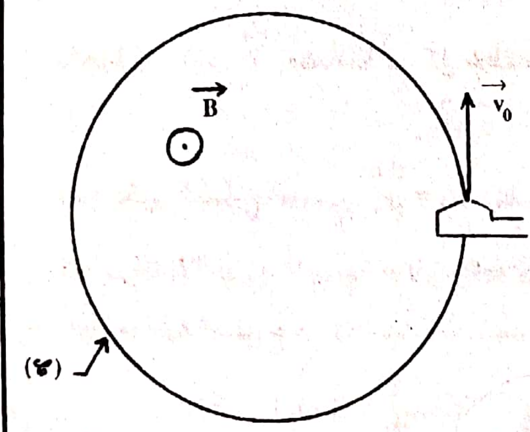
التمرين الرابع



داخل مجال مغناطيسي منتظم، متجهته $\vec{B}$ أفقية وشدته $B = 10^{-3}\ T$، يبعث مدفع الإلكترونات إلكترونات



بسرعة متجهتها $\vec{v_0}$ رأسية كما يوضح الشكل.



يمثل (C) ، بالسلم $\frac{1}{2}$ ، مسار الإلكترونات

نعطي : الشحنة الإبتدائية $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$

كتلة الإلكترون $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\ kg$

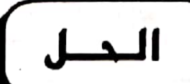
نهمل وزن الإلكترون أمام القوة المغناطيسية المطبقة عليه.

1) مثل، بدون سلم، متجهة القوة المغناطيسية $\vec{F_0}$ لحظة دخول الإلكترون الى المجال المغناطيسي $\vec{B}$.

2) بين أن حركة كل إلكترون داخل المجال المغناطيسي $\vec{B}$ دائرية منتظمة.

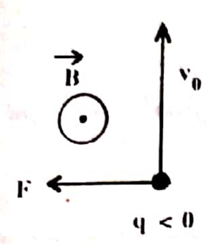
3) أوجد تعبير السرعة v_0 بدلالة B ، e و m وشعاع المسار R. احسب v_0.

4) أوجد تعبير الدور T لحركة إلكترون في المجال المغناطيسي $\vec{B}$ بدلالة B ، e و m. احسب T.



1) يخضع كل إلكترون لحظة خروجه من مدفع الإلكترونات بالسرعة $\vec{v_0}$ الى القوة المغناطيسية $\vec{F_0}$ حيث :

$$\vec{F_0} = q\,\vec{v_0} \wedge \vec{B}$$



. اتجاه $\vec{F_0}$: عمودي على المستوى الذي يضم المتجهتين $\vec{v_0}$ و $\vec{B}$

منحى $\vec{F_0}$: من اليمين الى اليسار (نحصل عليه بتطبيق قاعدة الأصابع الثلاثة لليد اليمنى، الإبهام $q\vec{v_0}$ ، السبابة $\vec{B}$ ، الوسطى $\vec{F_0}$)

2) ندرس حركة إلكترون في معلم مرتبط بالأرض.

جرد القوى : - القوة المغناطيسية $\vec{F}$

- وزن الإلكترون مهمل.

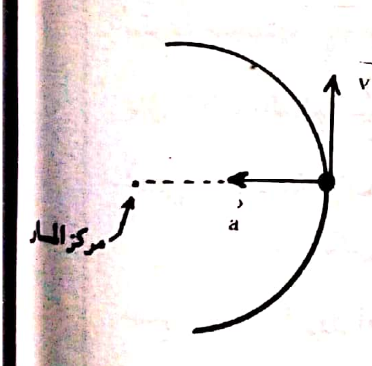
نطبق مبرهنة مركز القصور :

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$q\,\vec{v} \wedge \vec{B} = m\,\vec{a}$$

ومنه $$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$$

متجهة التسارع $\vec{v}$ متعامدة في كل لحظة مع $\vec{a}$ ، فهي إذن منظمية :



$$\vec{a} = \vec{a_N}$$

ومنه يكون التسارع المماسي $a_T = \frac{dv}{dt}$ منعدم.

إذن سرعة الالكترون ثابتة $v = v_0$ وحركته منتظمة.

منظم متجهة التسارع هو :

$$a = \frac{|q|}{m} v\,B \sin(\vec{v}, \vec{B})$$

لدينا : $|q| = e$ و $v = v_0$ و $(\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$

إذن : $$\boxed{a = \frac{e}{m} v_0 B = cte}$$

خلاصة : متجهة التسارع $\vec{a}$ منظمية ومنظمها ثابت إذن حركة الإلكترون دائرية منتظمة.

3) لدينا $a = a_N = \frac{e}{m} v_0 B$ مع $a_N = \frac{v_0^2}{R}$

إذن : $\frac{v_0^2}{R} = \frac{e}{m} v_0 B$

أو : $\frac{v_0}{R} = \frac{e}{m} B$

ومنه : $\boxed{v_0 = \frac{R e B}{m}}$

ت.ع. : شعاع المسار على الشكل هو : $R = 2,25 \text{ cm}$

شعاع المسار بالسلم الحقيقي هو : $R = 2 . 2,25 = 4,5 \text{ cm}$

إذن : $v_0 = \frac{4,5 . 10^{-2} \times 1,6 . 10^{-19} \times 10^{-3}}{9,1 . 10^{-31}}$

$v_0 = 7,9 . 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

4) نعلم أن تعبير الدور T لحركة دائرية منتظمة هو :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

مع : $\omega = \frac{v_0}{R}$ السرعة الزاوية

إذن : $T = \frac{2\pi R}{v_0}$

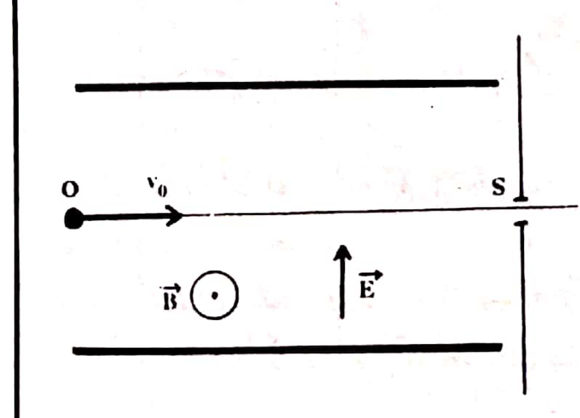
أو : $\boxed{T = \frac{2\pi m}{e B}}$

ت.ع. : $T = \frac{2 . \pi \times 9,1 \ 10^{-31}}{1,6 . 10^{-19} \times 10^{-3}}$

$T = 3,57 . 10^{-8} \text{ s}$

التمرين الخامس

يوجد بين صفيحتين أفقيتين ومتوازيتين مجال كهر ساكن منتظم $\vec{E}$ ومجال مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ عمودي على $\vec{E}$. تدخل حزمة من الإلكترونات بين هاتين الصفيحتين بسرعة $\vec{v_0}$ عمودية على $\vec{E}$ و $\vec{B}$ فتسلك مسارا مستقيميا وتخرج بعد ذلك عبر الثقب S.



نهمل وزن الإلكترون أمام القوة الكهر ساكنة $\vec{F_e}$ والقوة المغناطيسية $\vec{F_m}$.

1) حدد اتجاه ومنحى كل من القوتين $\vec{F_e}$ و $\vec{F_m}$ المطبقتين على كل إلكترون.

2) بين أن حركة الإلكترون بين الصفيحتين منتظمة.

3) أوجد العلاقة بين v_0 ، E و B.

4) ماذا نلاحظ إذا كانت سرعة دخول الإلكترونات بين الصفيحتين أكبر من v_0 ؟

استنتج الفائدة من هذا التركيب.

الحـل

1) تعبير القوة الكهر ساكنة هو :

$$\vec{F_e} = q\vec{E}$$

اتجاه $\vec{F_e}$: نفس اتجاه $\vec{E}$ وهو العمودي للمسار.

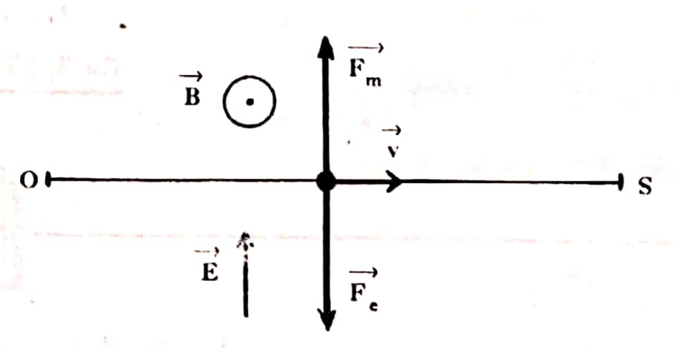
منحى $\vec{F_e}$: عكس منحى $\vec{E}$ لأن شحنة الإلكترون سالبة $(q < 0)$

تعبير القوة المغناطيسية هو :

$$\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

اتجاه $\vec{F_m}$: عمودي على المستوى الذي يضم $\vec{v}$ و $\vec{B}$ وهو العمودي للمسار.

منحى $\vec{F_m}$: من الأسفل نحو الأعلى وهو عكس منحى $\vec{F_e}$ (نحصل عليه بتطبيق قاعدة الأصابع الثلاثة لليد اليمنى)



2) نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الإلكترون.

الحالة البدئية (i) : O حيث $v_i = v_0$

الحالة النهائية (f) : نقطة M بين O و S حيث $v_f = v$

$$E_C(f) - E_C(i) = \underset{i \to f}{W}(\vec{F_e}) + \underset{i \to f}{W}(\vec{F_m})$$

لدينا $\underset{i \to f}{W}(\vec{F_e}) = 0$ و $\underset{i \to f}{W}(\vec{F_m}) = 0$ لأن كلا من $\vec{F_e}$ و $\vec{F_m}$ عمودية على المسار.

إذن : $E_C(f) = E_C(i)$

أو : $v = v_0$

نستنتج أن حركة الإلكترون بين الصفيحتين منتظمة.

3) حركة الإلكترون بين O و S مستقيمية منتظمة ومنه يكون :

$$\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0}$$

أو : $\vec{F_e} = -\vec{F_m}$

وبالشدة نجد : $F_e = F_m$

$$|q|E = |q| v_0 B \sin(\vec{v}, \vec{B})$$

لدينا $(\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$ إذن :

$$\boxed{E = v_0 B}$$

4) لدينا : $v > v_0$

$$|q| v B > |q| v_0 B$$

$$|q| v B > |q| E$$

أو : $F_m > F_e$

شدة القوة المغناطيسية أكبر من شدة القوة الكهر ساكنة، فنلاحظ انحراف الإلكترونات نحو الأعلى.

وتَكْمُن فائدة التركيب في فرز الإلكترونات ذات السرعة v_0 والسماح لها وحدها باجتياز الثقب S، فتخرج من S حزمة من الإلكترونات متماثلة السرعة.

التمرين السادس

يتكون جهاز راسم الطيف للكتلة من:

- حجرة التأين (I)
- حجرة التسرع (II)
- حجرة الإنحراف (III)

نضع في حجرة التأين خليطا من نظيري عنصر الزنك بحيث تتحول ذراته إلى أيونات $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ ذات الكتلة على التوالي m_1 و m_2.

يتم تسرع هذه الأيونات، بعد خروجها من الثقب A_1 بسرعة مهملة، بواسطة مجال كهرساكن منتظم متجهته $\vec{E}$ و يوجد بين صفيحتين (P_1) و (P_2) رأسيتين ومتوازيتين تفصل بينهما المسافة d.

1) لتكن $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$ على التوالي متجهتي سرعة الأيونين $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ عند وصولهما الى الثقب A_2.

1.1 - حدد منحى المتجهة $\vec{E}$. علل جوابك.

2.1 - بين أن الأيونين $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ لهما نفس الطاقة الحركية عند النقطة A_2 ثم اوجد تعبير النسبة $\frac{v_1}{v_2}$ بدلالة m_1 و m_2.

3.1 - احسب سرعة الأيون $^{68}Zn^{2+}$ عند النقطة A_2.

نعطي : $m_1 = m(^{68}Zn^{2+}) = 1,13 \cdot 10^{-25}\ kg$; $d = 10\ cm$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$; $E = 10^4\ V.m^{-1}$

2) بعد خروج الأيونات من الثقب A_2 تدخل الى حجرة الإنحراف التي يوجد بها مجال مغناطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$ متعامدة مع مستوى الشكل.

1.2 - علما أن حركة دقيقة شحنتها q وكتلتها m في مجال مغناطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$ هي حركة دائرية منتظمة، اكتب تعبير شعاع مسار هذه الدقيقة بدلالة m ، q ، B و v. (v سرعة الدقيقة في المجال المغناطيسي)

2.2 - مستعينا بنتائج السؤالين (1 - 2) و (2 - 1) أوجد تعبير النسبة $\frac{R_1}{R_2}$ بدلالة m_1 و m_2 حيث تمثل R_1 و R_2 على التوالي شعاعي مساري $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$

3.2 - احسب m_2 ثم استنتج A.

نعطي : $R_1 = 26,6\ cm$ و $R_2 = 27\ cm$.

$m =$ كتلة نوترون ≈ كتلة بروتون $= 1,66 \cdot 10^{-27}\ kg$. ونهمل كتلة الإلكترونات.

الحـل

1.1 - يخضع كل أيون بين الصفيحتين الى قوة كهرساكنة $\vec{F} = q\vec{E}$ ، منحاها هو نفس منحى $\vec{E}$ لأن شحنة الأيون موجبة.

وبما أن الأيونات تُسرَّع من A_1 نحو A_2 فإن منحى $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هو كذلك من A_1 نحو A_2.

2.1 - يخضع كل أيون بين (P_1) و (P_2) الى القوة الكهر ساكنة والى وزنه الذي نعتبره مهملا أمام هذه الأخيرة.

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على كل أيون بين A_1 و A_2 فنكتب :

- بالنسبة لـ $^{68}Zn^{2+}$:

$$E_{C_1} - E_{C_{01}} = W(\overrightarrow{F_1})$$

مع $E_{C_{01}} = 0$ لأن سرعة الأيون عند A_1 مهملة.

إذن : $E_{C_1} = W(\overrightarrow{F_1})$ علاقة (1)

- بالنسبة لـ $^{A}Zn^{2+}$:

$$E_{C_2} - E_{C_{02}} = W(\overrightarrow{F_2})$$

مع $E_{C_{02}} = 0$ لأن سرعة الأيون عند A_1 مهملة.

إذن $E_{C_2} = W(\overrightarrow{F_2})$ علاقة (2)

للأيونين $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ نفس الشحنة فتكون :

$\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_2}$ وكذلك $W(\overrightarrow{F_1}) = W(\overrightarrow{F_2})$ علاقة (3)

من العلاقات الثلاث نستنتج :

$$\boxed{E_{C_1} = E_{C_2}}$$

تعبير النسبة $\frac{v_1}{v_2}$:

نعلم أن : $E_{C_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ و $E_{C_2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ و $E_{C_1} = E_{C_2}$

أي : $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

ومنه نجد : $m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}}$$

3.1 - تعبير شغل القوة الكهر ساكنة بين A_1 و A_2 هو كالتالي :

$$W(\overrightarrow{F}) = q(V_{A_1} - V_{A_2})$$

مع : V_{A_1} جهد الصفيحة (P_1) و V_{A_2} جهد الصفيحة (P_2) و $q = 2e$

لدينا : $V_{A_1} > V_{A_2}$ لأن منحى $\vec{E}$ من (P_1) نحو (P_2) و $V_{A_1} - V_{A_2} = E\,d$

إذن : $W(\vec{F}) = 2\,e\,E\,d$

حسب العلاقة (1) نكتب :

$$E_{C_1} = 2\,e\,E\,d$$

أو :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2\,e\,E\,d$$

ومنه نجد :

$$\boxed{v_1 = 2\sqrt{\frac{e\,E\,d}{m_1}}}$$

ت.ع :

$$v_1 = 2\sqrt{\frac{1,6 \,.\, 10^{-19} \times 10^4 \times 10 \,.\, 10^{-2}}{1,13 \,.\, 10^{-25}}}$$

$$\underline{v_1 = 75,3 \,.\, 10^3\ m \,.\, s^{-1}}$$

1.2 - تعبير شعاع المسار الدائري للدقيقة هو :

$$\boxed{R = \frac{m\,v}{|q|B}}$$

2.2 - تعبير شعاع مسار الأيون $^{68}Zn^{2+}$ هو :

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{2\,e\,B}$$

تعبير شعاع مسار الأيون $^{A}Zn^{2+}$ هو :

$$R_2 = \frac{m_2 v_2}{2\,e\,B}$$

ومنه :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2}$$

وجدنا في السؤال 2.1 :

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

إذن :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

أو :

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}$$

3.2 - من العلاقة الأخيرة نجد :

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2}$$

ومنه :

$$m_2 = m_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

ت.ع :

$$m_2 = 1,13 \cdot 10^{-25}\left(\frac{27}{26,6}\right)^2$$

$$m_2 = 1,164 \cdot 10^{-25}\ kg$$

يمثل A عدد البروتونات والنوترونات في الأيون $^{A}Zn^{2+}$. فيكون تعبير الكتلة m_2 بدلالة A هو :

$$m_2 = A\ m$$

ومنه :

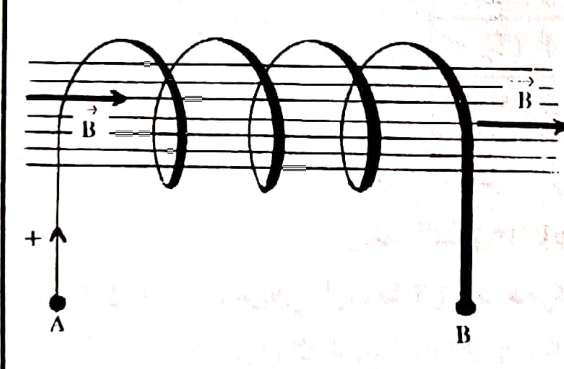
$$A = \frac{m_2}{m}$$

ت.ع :

$$A = \frac{1,164 \cdot 10^{-25}}{1,66 \cdot 10^{-27}}$$

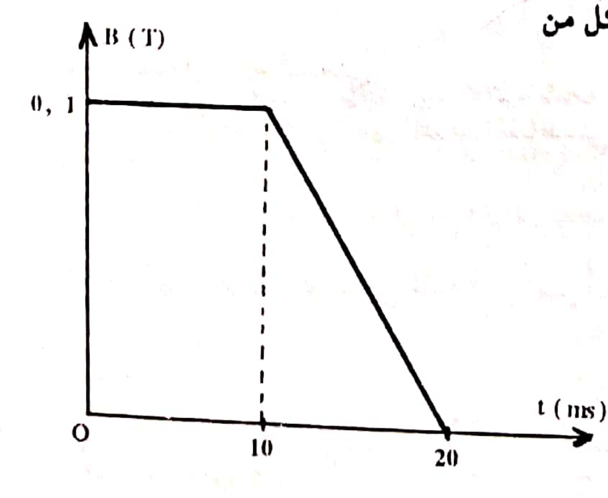
$$A = 70$$

التمرين السابع



لدينا وشيعة مسطحة مكونة من $N = 200$ لفة، مساحة كل لفة $S = 10^{-2}\ m^2$. نغمرها في مجال مغناطيسي متجهته $\vec{B}$ عمودية على مستوى الوشيعة.

تمثل الوثيقة جانبه تغيرات شدة المجال المغناطيسي بدلالة الزمن.



1 - احسب التدفق المغناطيسي عبر الوشيعة عند كل من التواريخ :

$t = 20\ ms$ و $t = 10\ ms$ ، $t = 0\ s$

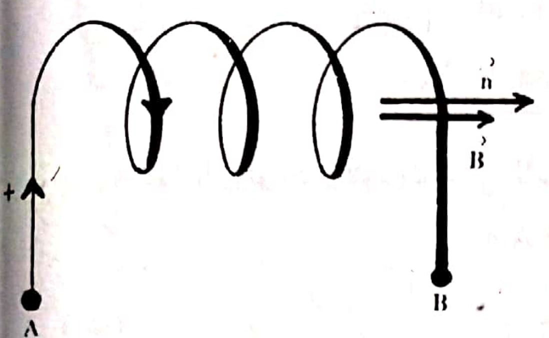
2) حدد مجال التواريخ الذي تظهر أثناءه بين مربطي الوشيعة قوة كهر محركة محرضة.

3) احسب عند التاريخ $t = 15\ ms$:

أ- القوة الكهر محركة المحرضة.

ب- التوتر u_{AB}.

الحـــل



1) تعبير التدفق المغناطيسي عبر الوشيعة هو :

$$Ø = N B S \cos(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{n})$$

مع $\overrightarrow{n}$ المتجهة الواحدية المنظمية على مستوى الوشيعة.

(نحصل على $\overrightarrow{n}$ بتطبيق قاعدة المبراغ الذي يدور في المنحى الموجب ويتقدم في منحى $\overrightarrow{n}$)

من الشكل لدينا : $(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{n}) = 0$ أي $\cos(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{n}) = 1$

إذن : $\boxed{Ø = N B S}$

ت.ع : $Ø = 200 \cdot 10^{-2} B$

$\boxed{Ø = 2 B}$

نلخص نتائج الحساب في الجدول التالي :

20	10	0	t (ms)
0	0, 1	0, 1	B (T)
0	0, 2	0, 2	Ø (W b)

2) نعلم أن ظهور قوة كهر محركة محرضة في دارة كهربائية هو نتيجة تغير التدفق المغناطيسي عبرها.
حسب العلاقة $Ø = 2 B$ يتغير التدفق المغناطيسي عبر الوشيعة بتغير الشدة B للمجال المغناطيسي.
إذن يظهر بين مربطي الوشيعة قوة كهر محركة محرضة أثناء مجال التواريخ [10 ms, 20 ms] .

3) أ- أثناء مجال التواريخ [10 ms, 20 ms] تتغير الشدة B حسب دالة تآلفية :

$$B = a t + b$$

مع a المعامل الموجه للمنحنى

وأثناء نفس المجال يكون تعبير التدفق المغناطيسي عبر الوشيعة هو :

$$Ø = 0,2 B$$

$$Ø = 0,2 a t + 0,2 b$$

القوة الكهر محركة المحرضة في لحظة t من نفس المجال هي :

$$e = -\frac{dØ}{dt}$$

$$\boxed{e = -0,2 a}$$

وهي ثابتة لكون a ثابتة.

ت.ع. :

$$a = \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$a = \frac{0 - 0,1}{(20 - 10) \cdot 10^{-3}}$$

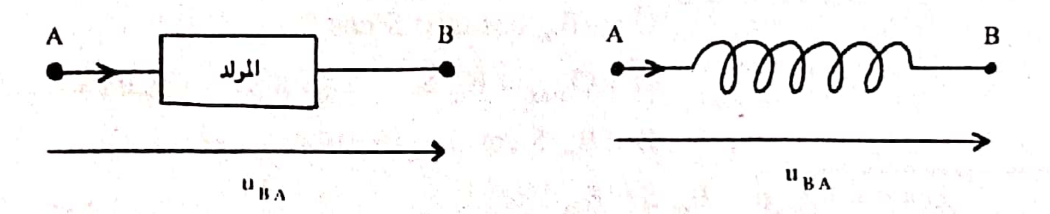
$$a = -10\ T.s^{-1}$$

و :

$$e = -0,2\ (-10)$$

$$\underline{e = 2\ V}$$

ب- تكافىء الوشيعة أثناء مجال التواريخ [10 ms, 20 ms] مولدا قوته الكهر محركة $e = 2\ V$ ومقاومته r.



في اصطلاح المولد (منحنى سهم التوتر هو نفس المنحنى الاصطلاحي) يكون تعبير التوتر u_{BA} هو :

$$u_{BA} = e - r\,i$$

بما أن الدارة مفتوحة فإن $i = 0$ ، إذن :

$$u_{BA} = e$$

ومنه نجد :

$$\boxed{u_{AB} = -e}$$

$$\underline{u_{AB} = -2\ V}$$

التمرين الثامن

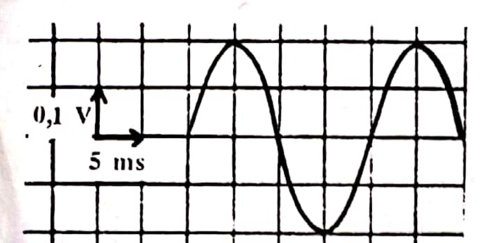
نعتبر لفة دائرية شعاعها $r = 2\ cm$ ، موضوعة في مجال مغناطيسي متجهته $\vec{B}$ متعامدة في كل لحظة مع مستوى الوشيعة وشدته تتغير حسب المعادلة : $B = B_m \cos \omega t$ ب (T)

1) نختار أصل التواريخ اللحظة التي يكون فيها التدفق المغناطيسي قصويا.

- 1.1 - اكتب تعبير التدفق المغناطيسي Φ عبر اللفة بدلالة الزمن.
- 1.2 - ماذا ينتج عن تغير التدفق المغناطيسي عبر اللفة ؟
- 1.3 - اكتب تعبير القوة الكهر محركة المحرضة e بدلالة الزمن.

2) نعاين بواسطة كاشف التذبذب التوتر u_{AC} ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل على الشكل الموالي :

- 2.1 - حدد الدور T والقيمة القصوية للتوتر u_{AC}.



2.2 - إستنتج القيمة القصوية B_m للمجال المغناطيسي.

نعطي : $\pi^2 = 10$.

الحل

1) 1.1 - لتكن θ الزاوية بين المتجهة $\vec{B}$ والمتجهة الواحدية المنظمية $\vec{n}$.

تعبير التدفق المغناطيسي عبر اللفة بدلالة الزمن هو كالتالي :

$$Ø = B\ S \cos\theta$$

$$Ø = (B_m \cos\omega t)\ S \cos\theta$$

عند $t = 0$ لدينا : - من النص : $Ø = Ø_{max} = B_m S$

- من المعادلة : $Ø = B_m S \cos\theta$

ومنه : $B_m S = B_m S \cos\theta$ أي : $\cos\theta = 1$

إذن: $Ø = B_m S \cos\omega t$ مع : $S = \pi r^2$

أو :

$$\boxed{Ø = B_m \pi r^2 \cos\omega t}$$

1.2 - ينتج عن تغير التدفق المغناطيسي عبر اللفة ظهور قوة كهر محركة محرضة بين مربطي اللفة.

1.3 - حسب قانون فارادي - لنز نكتب :

$$e = -\frac{dØ}{dt}$$

$$e = -\frac{d(B_m \pi r^2 \cos\omega t)}{dt}$$

$$e = -B_m \pi r^2 \frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$

لدينا :

$$\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = -\omega \sin\omega t$$

إذن :

$$\boxed{e = B_m \pi r^2 \omega \sin\omega t}$$

2) 2.1 - الدور T للتوتر u_{AC} هو : $T = 4 \times 5\ ms = 20\ ms$

القيمة القصوية للتوتر u_{AC} هي : $U_m = 2 \times 0,1\ V = 0,2\ V$

2.2 - تكافىء اللفة مولدا قوته الكهر محركة e ومقاومته R.

إذا لم نأخذ بعين الاعتبار الإصطلاح نكتب :

$$|u_{AC}| = |e - R\,i|$$

وبما أن الدارة مفتوحة فإن $i = 0$ ، إذن :

$$|u_{AC}| = |e|$$

ومنه تكون القيمة القصوية للتوتر u_{AC} هي كذلك القيمة القصوية للقوة الكهر محركة المحرضة e.

أي : $U_m = B_m \pi r^2 \omega$

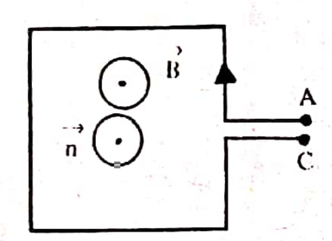
ومنه : $B_m = \dfrac{U_m}{\pi r^2 \omega}$

لدينا: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ إذن : $\boxed{B_m = \dfrac{U_m T}{2\pi^2 r^2}}$

ت.ع : $B_m = \dfrac{0,2 \times 20 . 10^{-3}}{2 . 10 \times (2 . 10^{-2})^2}$

$\underline{B_m = 0,5\ T}$

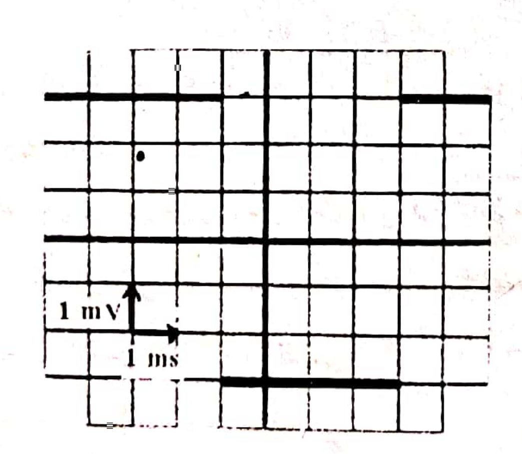
التمرين التاسع



نضع لفة موصلة مربعة، مقاومتها $r = 0,2\ \Omega$ ، في حيز من الفضاء يوجد به مجال مغناطيسي $\vec{B}$ متعامد مع مستوى اللفة ومنحاه ثابت وشدته B متغيرة مع الزمن.

نوجه اللفة ليكون للمتجهة الواحدية المنظمية $\vec{n}$ نفس منحى $\vec{B}$.

نعاين على شاشة راسم التذبذب التوتر u_{AC} بين مربطي اللفة فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل جانبه.



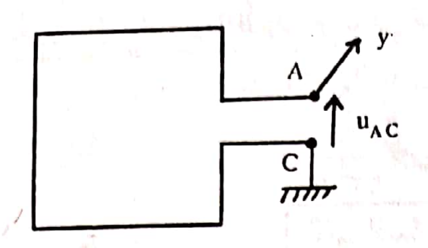
1) ارسم تبيانة مبينا عليها ربط كل من هيكل راسم التذبذب ومدخله y.

2) أوجد تعبير القوة الكهر محركة المحرضة e بين مربطي اللفة بدلالة u_{AC}.

3) نوصل مربطي اللفة بموصل أومي مقاومته $R = 2\ \Omega$. أوجد تعبير شدة التيار المحرض i في الدارة بدلالة u_{AC} ، R و r.

4) عين بواسطة تبيانة منحى التيار المحرض ومنحى متجهة المجال المغناطيسي الذاتي $\vec{B_p}$ عندما تكون $u_{AC} = 1,5\ mV$.

الحـــل



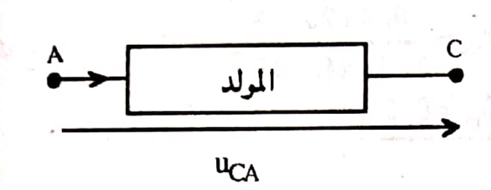
1) نصل القطب C (أصل السهم) بالهيكل
والقطب A (رأس السهم) بالمدخل y .

2) تكافىء اللفة مولدا قوته الكهر محركة e ومقاومته r.
في اصطلاح المولد يكون تعبير التوتر u_{CA} هو :

$$u_{CA} = e - r\,i$$

بما أن الدارة مفتوحة فإن $i = 0$ ، إذن :

$$u_{CA} = e$$



لدينا : $u_{CA} = - u_{AC}$ فنستنتج :

$$\boxed{e = - u_{AC}}$$

3) عندما نصل الموصل الأومي باللفة نحصل على دارة متوالية.
نطبق قانون بويي فنكتب :

(e, r)
A — المولد — C
R

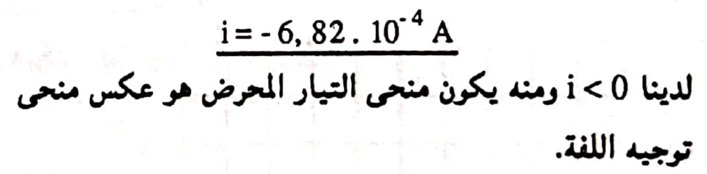
$$i = \frac{e}{R + r}$$

لدينا $e = - u_{AC}$ إذن :

$$\boxed{i = - \frac{u_{AC}}{R + r}}$$

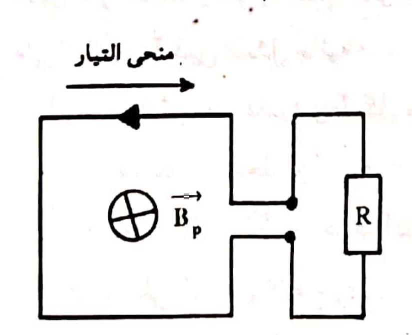
4) حساب i :

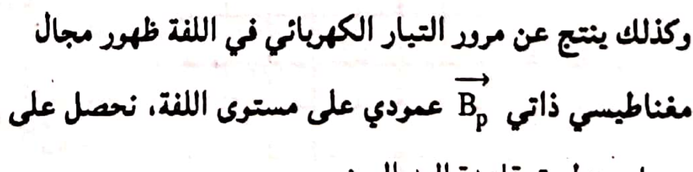
$$i = - \frac{1,5 \,.\, 10^{-3}}{2 + 0,2}$$



$$\underline{i = - 6,82 \,.\, 10^{-4}\ \mathrm{A}}$$

لدينا $i < 0$ ومنه يكون منحى التيار المحرض هو عكس منحى توجيه اللفة.





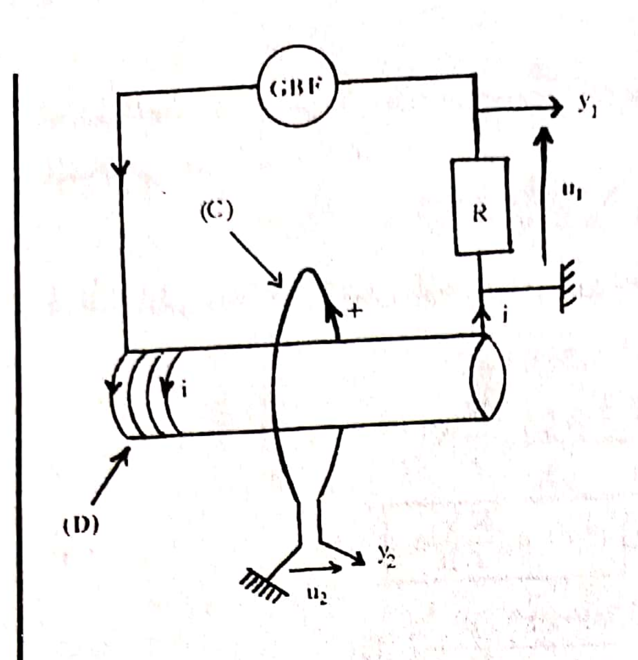
وكذلك ينتج عن مرور التيار الكهربائي في اللفة ظهور مجال مغناطيسي ذاتي $\vec{B}_p$ عمودي على مستوى اللفة، نحصل على منحاه بتطبيق قاعدة اليد اليمنى.

التمرين العاشر

نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الصفحة الموالية.

تتكون الدارة المحرِّضة من :

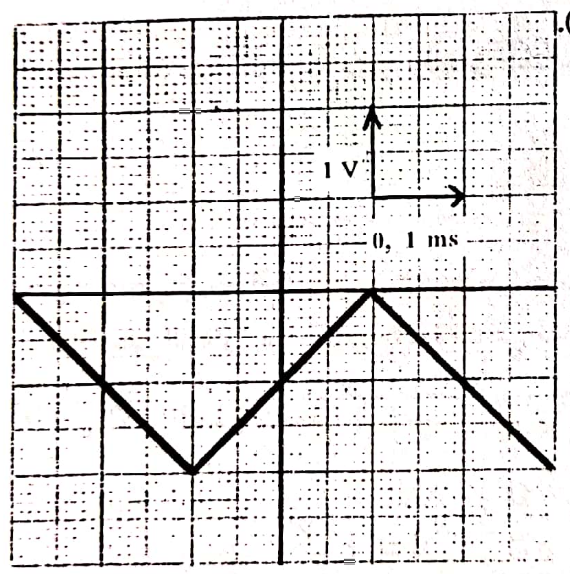
- ملف لولبي (D) طوله $\ell = 32,3$ cm ومساحة مقطعه $S = 10\ cm^2$ وبه $N = 5000$ لفة.
- موصل أومي مقاومته $R = 10\ \Omega$.
- مولد (B.F) يزود الدارة بتوتر مثلثي.



يخترق الملف اللولبي (D) لفة (C) مساحتها $S_1 = 30\ cm^2$ ومحورها مطابق لمحور الملف اللولبي.

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر u_1 بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u_2 بين مربطي اللفة (C).

(مثلنا على ورق ميليمتري الرسم التذبذبي للتوتر u_1).



1) اكتب تعبير التوتر u_1 بدلالة R و i.

2) احسب التدفق المغناطيسي عبر اللفة عندما تكون $u_1 = -1$ V

3) حدد إشارة التوتر u_2 عندما يتناقص التوتر u_1.

4) أوجد تعبير u_2 بدلالة μ_0 ، N ، ℓ ، S ، R و $\frac{d u_1}{d t}$

5) مثل على ورق ميليمتري الرسم التذبذبي للتوتر u_2.

نعطي : $\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ S.I. نفاذية الفراغ.

الحـــل

1) في اصطلاح المستقبل (منحى التيار يعاكس منحى سهم التوتر) نطبق قانون أوم،فنكتب : $u' = R\,i$

وحيث لدينا $u_1 = -u'$ إذن :

$$u_1 = -R\,i$$

2) تعبير شدة المجال المغناطيسي الذي يحدثه الملف اللولبي هو :

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} i$$

يخترق المجال المغناطيسي $\vec{B}$ جزءا من مساحة اللفة يساوي المساحة S لمقطع الملف اللولبي.تعبير التدفق المغناطيسي عبر المساحة S :

$$\varnothing = B\,S\cos(\vec{B},\vec{n})$$

للملف اللولبي وللفة نفس المنحى الموجب ومنه يكون للمتجهتين $\vec{B}$ و $\vec{n}$ نفس المنحى وتكون :

$$(\vec{B},\vec{n}) = 0°$$

إذن :

$$\varnothing = \mu_0 \frac{N}{\ell} S\, i$$

أو :

$$\boxed{\varnothing = -\mu_0 \frac{N}{\ell}\frac{S}{R} u_1}$$ لأن $i = -\dfrac{u_1}{R}$

ت.ع :

$$\varnothing = -4\pi \,.\, 10^{-7} \,.\, \frac{5000 \times 10 \,.\, 10^{-4}}{32,3 \,.\, 10^{-2} \times 10}(-1)$$

$$\underline{\varnothing = 1,95 \,.\, 10^{-6}\ Wb}$$

3) عندما يتناقص التوتر u_1 يتزايد التدفق المغناطيسي $\varnothing$.

أي :

$$\frac{d\varnothing}{dt} > 0$$

و :

$$e < 0$$

نعلم أن منحى السهم الممثل للتوتر e هو نفس المنحى الموجب للفة.

اعتمادا على الشكل جانبه تكون إشارة u_2 هي مقابل إشارة e ، أي : $\boxed{u_2 > 0}$

e

u_2

4) في تعبير التدفق المغناطيسي نضع : $A = \mu_0 \dfrac{N}{\ell}\dfrac{S}{R}$

ونكتب :

$$\varnothing = -A\,u_1$$

ومنه :

$$\frac{d\varnothing}{dt} = -A\frac{du_1}{dt}$$

لدينا :

$$e = -\frac{d\varnothing}{dt} = A\frac{du_1}{dt}$$

و :

$$u_2 = -e = -A\frac{du_1}{dt}$$

أو :

$$\boxed{u_2 = -\mu_0 \frac{N}{\ell}\frac{S}{R}\frac{du_1}{dt}}$$

5) يمثل $\dfrac{du_1}{dt}$ المعامل الموجه لكل جزء مستقيمي من الرسم التذبذبي للتوتر u_1.

ـ أثناء نصف الدور الأول :

$$\frac{\Delta u_1}{\Delta t} = \frac{-2}{2 \times 0,1 \,.\, 10^{-3}}$$

$$\frac{\Delta u_1}{\Delta t} = -10^4\ V.s^{-1}$$

نحسب A :

$$A = 4\pi . 10^{-7} . \frac{5000 . 10 . 10^{-4}}{32,3 . 10^{-2} . 10}$$

$$A = 1,95 . 10^{-6}\ S.I.$$

وبالتالي :

$$u_2 = -1,95 . 10^{-6} . (-10^4)$$

$$\underline{u_2 = 1,95 . 10^{-2}\ V \approx 2 . 10^{-2}\ V}$$

ـ أثناء نصف الدور الثاني :

$$\frac{\Delta u_1}{\Delta t} = \frac{2}{2 . 0,1 . 10^{-3}}$$

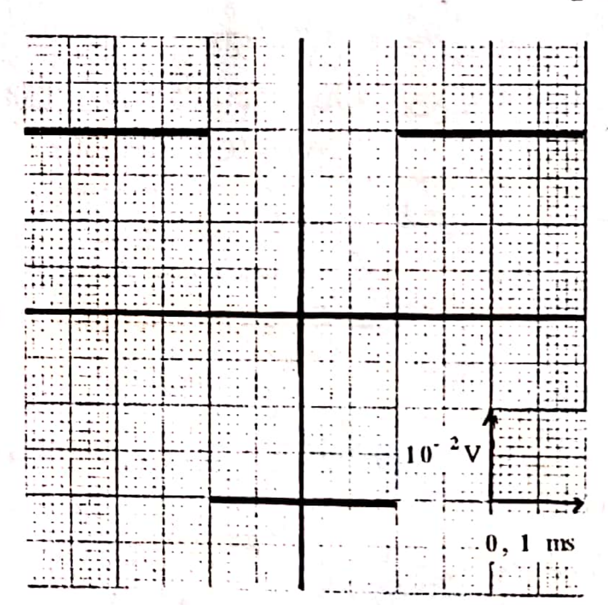
$$\frac{\Delta u_1}{\Delta t} = 10^4\ V.s^{-1}$$

و :

$$u_2 = -1,95 . 10^{-6} . 10^4$$

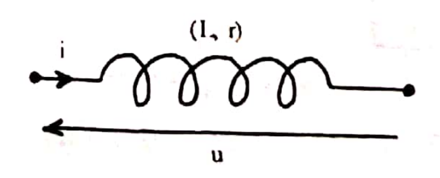
$$\underline{u_2 \approx -2 . 10^{-2}\ V}$$

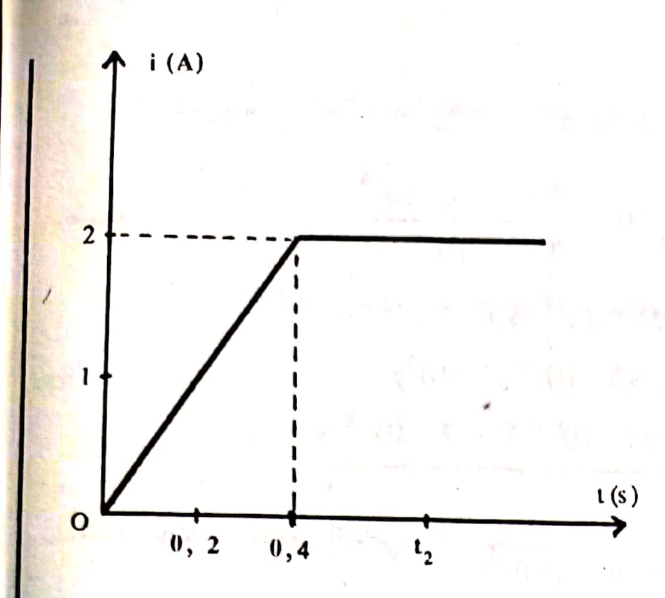
نستنتج الرسم التذبذبي للتوتر u_2 :



التمرين الحادي عشر

يمر في وشيعة معامل تحريضها $L = 0,1\ H$ ومقاومتها $r = 2,5\ \Omega$ تيار كهربائي شدته i تتغير بدلالة الزمن كما يبين المنحنى التالي :





1) حدد المدة الزمنية التي تظهر خلالها قوة كهر محركة e للتحريض الذاتي في الوشيعة. علل جوابك.

2) اكتب تعبير التوتر u بدلالة r ، L ، i و $\frac{di}{dt}$.

3) احسب u عند كل من التواريخ $t_0 = 0$ ، $t_1 = 0,2\ s$ و t_2

4) اكتب تعبير الطاقة المغناطيسية في الوشيعة واحسب الطاقة المغناطيسية التي تختزنها الوشيعة بين التاريخين t_1 و t_2.

الحل

1) تعبير القوة الكهر محركة للتحريض الذاتي هو :

$$e = -L\frac{di}{dt}$$

تظهر e عندما تتغير شدة التيار ويحدث ذلك أثناء مجال التواريخ [0; 0, 4 s] ومنه تكون المدة الزمنية هي :

$$\Delta t = 0,4 - 0 = 0,4\ s$$

2) تعبير التوتر u هو :

$$\boxed{u = ri + L\frac{di}{dt}}$$

3) * في المجال [0; 0, 4 s] تتغير الشدة i حسب دالة خطية :

$$i = at$$

مع $a = \frac{di}{dt}$ المعامل الموجه للمنحنى :

$$a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{1-0}{0,2-0}$$

$$a = 5\ A.s^{-1}$$

إذن : $i = 5t$

ومنه يكون تعبير u بدلالة الزمن هو :

$$u = 2,5\,(5t) + 0,1\,.\,5$$

$\boxed{u = 12,5\,t + 0,5}$ مع $0 \le t \le 0,4\ s$ و u بـ (V)

عند $t_0 = 0$: $\underline{u = 0,5\ V}$

عند $t_1 = 0,2\ s$: $u = 12,5\,.\,0,2 + 0,5$

$\underline{u = 3\ V}$

* في المجال $t \geq 0,4\ s$ (الذي يضم t_2) لدينا :

$$i = cte = 2\ A$$

ومنه : $\frac{di}{dt} = 0$

وتكون u هي : $u = 2,5 \, . \, 2$

$$\underline{u = 5\ V}$$

4) الطاقة المغناطيسية في الوشيعة عندما يمر فيها تيار شدته i هي :

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} L\, i^2}$$

عند التاريخ t_1 تكون : $i = 1\ A$

و $E_m = \frac{1}{2} \, . \, 0,1 \, . \, 1^2$

$$E_m = 0,05\ J$$

عند التاريخ t_2 تكون : $i = 2\ A$

و $E_m = \frac{1}{2} \, . \, 0,1 \, . \, 2^2$

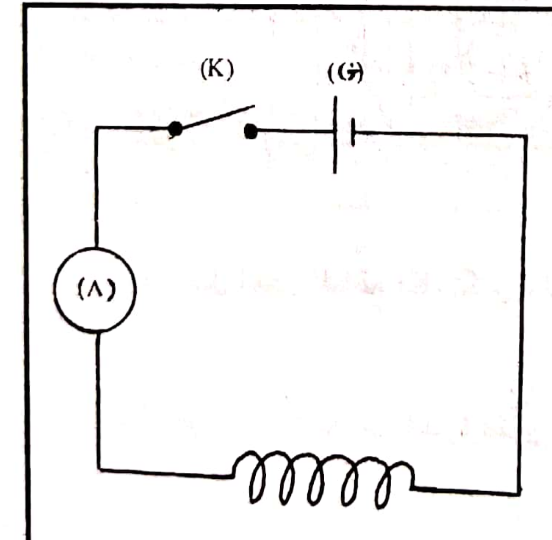
$$E_m = 0,2\ J$$

الطاقة المغناطيسية التي تختزنها الوشيعة بين t_1 و t_2 هي :

$$\Delta E_m = 0,2 - 0,05$$

$$\underline{\Delta E_m = 0,15\ J}$$

التمرين الثاني عشر



تتكون الدارة الكهربائية الممثلة جانبه من :

- مولد كهربائي (G) ، قوته الكهر محركة $E = 12\ V$ ومقاومته الداخلية $r = 2\ \Omega$.
- قاطع للتيار (K)
- ملف لولبي طوله $\ell = 30\ cm$ ومقاومته R وبه $N = 10^4$ لفة مساحة كل واحدة $S = 10\ cm^2$.
- أمبيرمتر (A).

نغلق القاطع (K) فيشير الأمبيرمتر الى الشدة $I = 3\ A$.

1) احسب معامل التحريض L للملف للولبي، نعطي : $\mu_0 = 4\pi \, . \, 10^{-7}\ S.I.$ نفاذية الفراغ

2) احسب المقاومة R.

3) احسب التدفق المغناطيسي الذاتي قبل إغلاق القاطع (K) ثم بعد استقرار شدة التيار في الدارة.

4) علما أن مدة إغلاق القاطع (K) هي $\Delta t = 0,1\ s$ ، احسب القوة الكهر محركة المتوسطة للتحريض الذاتي في الملف اللولبي.

5) ماذا يظهر بين مربطي الملف اللولبي عندما نفتح القاطع (K) ؟

الحـــل

1) تعبير معامل التحريض L للملف اللولبي بدلالة المقادير المميزة له هو :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

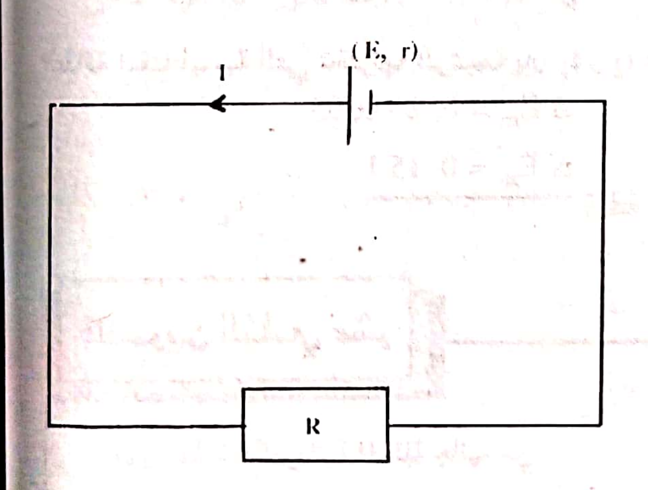
ت.ع :

$$L = 4\pi \, . \, 10^{-7} \, . \, \frac{(10^4)^2}{30 \, . \, 10^{-2}} \, . \, 10 \, . \, 10^{-4}$$

$$L \approx 0,42\ H$$

2) في التيار المستمر يتصرف الملف اللولبي كموصل أومي مقاومته R.

نطبق قانون بويي، فنكتب :



$$I = \frac{E}{r + R}$$

ومنه :

$$r + R = \frac{E}{I}$$

$$R = \frac{E}{I} - r$$

ت.ع :

$$R = \frac{12}{3} - 2$$

$$R = 2\ \Omega$$

3) التدفق المغناطيسي الذاتي عبر الملف اللولبي هو :

$$\emptyset_p = L\, i$$

ت.ع. : - قبل إغلاق القاطع (K) تكون : $i = 0$

و :

$$\emptyset_p = 0\ Wb$$

- بعد استقرار شدة التيار في الدارة تكون : $i = I = 3\ A$

و :

$$\emptyset_p = 0,42 \times 3$$

$$\emptyset_p = 1,26\ Wb$$

4) القوة الكهر محركة المتوسطة للتحريض الذاتي هي :

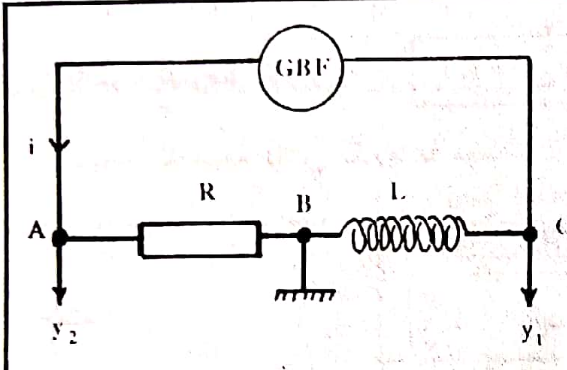
$$e_{moy} = -\frac{\Delta Ø_p}{\Delta t}$$

$$e_{moy} = -\frac{1,26 - 0}{0,1}$$

$$e_{moy} = -12,6\ V$$

5) عندما نفتح القاطع (K) يتغير التدفق المغناطيسي الذاتي من 1,26 W b الى 0 W b ، وينتج عن هذا التغير ظهور قوة كهر محركة للتحريض الذاتي في الملف اللولبي.

التمرين الثالث عشر



تتكون الدارة الممثلة في الشكل جانبه من :

- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة
- موصل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$
- مولد (G.B.F.)

نعاين على شاشة راسم التذبذب التوتر u_{CB} في المدخل y_1 والتوتر u_{AB} في المدخل y_2 فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل جانبه.

تم ضبط راسم التذبذب على :

- الحساسية الرأسية $20\ mV/_{div}$ بالنسبة للمدخل y_1.
- الحساسية الرأسية $0,1\ V/_{div}$ بالنسبة للمدخل y_2.
- الحساسية الأفقية (الكسح) $1\ ms/_{div}$.

منحنى 1

منحنى 2

1) احسب الدور T والتردد N لكل توتر.

2) اكتب تعبيري التوترين u_{AB} و u_{CB} بدلالة R ، L ، i و $\frac{di}{dt}$.

استنتج تعبير u_{CB} بدلالة R ، L و $\frac{du_{AB}}{dt}$.

3) ماذا يمثل كل من المنحنيين في الرسم التذبذبي ؟ علل جوابك.

4) عين معامل التحريض L.

الحـــل

1) يبين الرسم التذبذبي أن التوترين لهما نفس الدور T ونفس التردد N :

* $T = 8\ div \times 1\ ms/_{div}$

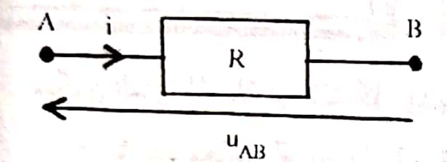
$\underline{T = 8\ ms}$

* $N = \dfrac{1}{T}$

$N = \dfrac{1}{8\ .\ 10^{-3}}$

$\underline{N = 125\ Hz}$

2) في اصطلاح المستقبل، لدينا :



- بالنسبة للموصل الأومي : $\boxed{u_{AB} = R\,i}$ (1)

- بالنسبة للوشيعة (التي مقاومتها مهملة) :

$u_{BC} = L\dfrac{d\,i}{d\,t}$

ومنه : $\boxed{u_{CB} = -\,L\dfrac{d\,i}{d\,t}}$ (2)

من العلاقة (1) نكتب : $i = \dfrac{u_{AB}}{R}$

ومنه : $\dfrac{d\,i}{d\,t} = \dfrac{1}{R}\,\dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t}$

إذن : $\boxed{u_{CB} = -\,\dfrac{L}{R}\,\dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t}}$ (3)

3) خلال نصف الدور الأول يأخذ أحد التوترين قيمة ثابتة وسالبة ويكون التوتر الآخر دالة تآلفية تصاعدية، اشتقاقها بالنسبة للزمن ثابت وموجب.

وتوافق هذه النتيجة كيفيا العلاقة (3) ، حيث إذا كان $\dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t}$ ثابتا وموجباتكون لـ u_{CB} قيمة ثابتة وسالبة.

إذن يمثل المنحنى (1) التوتر u_{AB} والمنحنى (2) التوتر u_{CB}.

4) من العلاقة (3) نكتب :

$$\boxed{L = -\,\dfrac{R\,u_{CB}}{\dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t}}}$$

ت.ع. :

خلال نصف الدور الأول مثلا لدينا :

* $u_{CB} = -3 \text{ div} \times 20 \text{ mV/div}$

$u_{CB} = -60 \, . \, 10^{-3} \text{ V}$

* $\frac{d u_{AB}}{dt} = \frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t} = \frac{8 \text{ div} \times 0,1 \text{ V/div}}{4 \, . \, 10^{-3}}$ (المعامل الموجه للمنحنى التصاعدي)

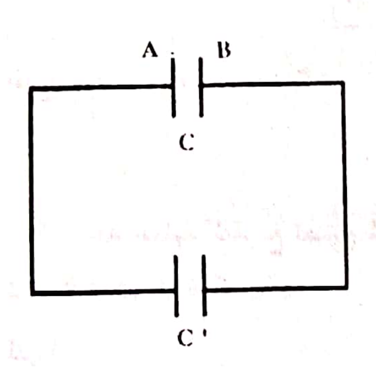
$\frac{d u_{AB}}{dt} = 200 \text{ V} \, . \, s^{-1}$

إذن : $L = -\frac{100 \times (-60 \, . \, 10^{-3})}{200}$

$L = 0,03 \text{ H}$

نحصل على نفس النتيجة إذا استعملنا الرسم التذبذبي خلال نصف الدور الثاني.

التمرين الرابع عشر



نرمز للبوسي مكثف سعته $C = 20 \, \mu F$ بالحرفين A و B علما أننا نشحن هذا المكثف الى أن يصبح التوتر بين مربطيه $U_{AB} = 12 \text{ V}$.

1) حدد إشارة شحنة كل من اللبوسين A و B.

2) احسب شحنة المكثف.

3) احسب الطاقة الكهربائية E للمكثف.

4) باستعمال مكثف سعته ' C (أنظر الشكل جانبه) نفرغ جزئيا المكثف الذي سعته C الى أن يصبح التوتر بين مربطي كل مكثف هو $U'_{AB} = 6 \text{ V}$.

- 4.1 احسب الطاقة المفقودة من طرف المكثف ذي السعة C أثناء عملية التفريغ.

- 4.2 احسب السعة ' C.

الحل

1) يعتبر التوتر $U_{AB} = V_A - V_B$ بين اللبوسين موجبا ، فيكون جهد اللبوس A أكبر من جهد اللبوس B. وبالتالي فإن شحنة اللبوس A موجبة.

وبما أن لبوسي المكثف يحملان شحنتين متقابلتين فإن شحنة اللبوس B سالبة.

2) شحنة المكثف هي شحنة اللبوس الموجب بحيث :

$$\boxed{Q_A = C \, U_{AB}}$$

$Q_A = 20.10^{-6} \times 12$

$Q_A = 2,4 \, . \, 10^{-4} \text{ C}$

3) نكتب تعبير الطاقة الكهربائية للمكثف عندما يكون بين مربطيه التوتر U_{AB} :

$$\boxed{E = \frac{1}{2} C U_{AB}^2}$$

$$E = \frac{1}{2} . 20 . 10^{-6} . 12^2$$

$$\underline{E = 1,44 . 10^{-3} J}$$

4.1 - تعبير طاقة المكثف بالنسبة للتوتر U'_{AB} هو :

$$E' = \frac{1}{2} C U'^2_{AB}$$

الطاقة المفقودة أثناء عملية التفريغ هي : $\mathcal{E} = E - E'$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C U_{AB}^2 - \frac{1}{2} C U'^2_{AB}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2} C (U_{AB}^2 - U'^2_{AB})}$$

ت.ع : $\mathcal{E} = \frac{1}{2} . 20 . 10^{-6} (12^2 - 6^2)$

$$\underline{\mathcal{E} = 1,08 . 10^{-3} J}$$

4.2 - بعد عملية التفريغ تصبح شحنة المكثف ذي السعة C هي Q'_A وشحنة المكثف ذي السعة C' هي Q'.

تنحفظ الشحنة فنكتب : $Q_A = Q_A' + Q'$

لدينا : $Q'_A = C U'_{AB}$

و : $Q' = C' U'_{AB}$

إذن : $Q_A = (C + C') U'_{AB}$

ومنه : $\frac{Q_A}{U'_{AB}} = C + C'$

أي : $\boxed{C' = \frac{Q_A}{U'_{AB}} - C}$

ت.ع : $C' = \frac{2,4 . 10^{-4}}{6.} - 20 . 10^{-6}$

$$C' = 2 . 10^{-5} F$$

أو : $\underline{C' = 20 \mu F}$

التمرين الخامس عشر

نقرأ على مكثف أسطواني الشكل $2000 \mu F$ و $12 V$.

1) ماذا يمثل كل مقدار ؟

2) نشحن المكثف بواسطة مولد يعطي تيارا مستمرا شدته ثابتة $I = 1\ mA$، ونوقف شحنه عندما يصير التوتر بين مربطيه $U = 10\ V$.

2.1 - احسب مدة الشحن Δt.

2.2 - اكتب تعبير القدرة المتوسطة التي اكتسبها المكثف واحسب قيمتها.

3) نفرغ المكثف في وماض (flash) خلال مدة $\theta = 10^{-4}\ s$.

احسب القدرة المتوسطة للوماض إذا أهملنا الطاقة الحرارية المفقودة على شكل مفعول جول في أسلاك الربط.

الحـــل

1) يمثل المقدار $2000\ \mu F$ سعة المكثف والمقدار $12V$ التوتر القصوي الذي يجب عدم تجاوزه للحفاظ على سلامة المكثف وهو يسمى توتر إتلاف المكثف.

2) 2.1 - شحنة المكثف عندما يكون التوتر U مطبقا بين مربطيه هي :

$$Q = C\,U$$

وبما أن شدة التيار ثابتة فإن : $Q = I\,\Delta t$

أي : $C\,U = I\,\Delta t$

ومنه : $\boxed{\Delta t = \frac{C\,U}{I}}$

ت.ع : $\Delta t = \frac{2000 \cdot 10^{-6} \times 10}{1 \cdot 10^{-3}}$

$$\underline{\Delta t = 20\ s}$$

2.2 - القدرة المتوسطة التي اكتسبها المكثف هي : $\mathcal{P}_m = \frac{E}{\Delta t}$

حيث E الطاقة التي اكتسبها المكثف خلال مدة الشحن Δt : $E = \frac{1}{2} C\,U^2$

ومنه $\boxed{\mathcal{P}_m = \frac{CU^2}{2 \cdot \Delta t}}$

ت.ع : $\mathcal{P}_m = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 10^2}{2 \times 20}$

$$\underline{\mathcal{P}_m = 5 \cdot 10^{-3}\ W}$$

3) أثناء عملية تفريغ المكثف في الوماض يكتسب هذا الأخير، خلال مدة وجيزة جدا، الطاقة الكلية E المخزونة

في المكثف، فتكون القدرة المتوسطة للوماض خلال المدة θ هي :

$$\mathcal{P}_m = \frac{E}{\theta}$$

$$\boxed{\mathcal{P}_m = \frac{CU^2}{2\theta}}$$

ت.ع :

$$\mathcal{P}_m = \frac{2 . 10^{-3} \times 10^2}{2 . 10^{-4}}$$

$$\underline{\mathcal{P}_m = 1000 \text{ W}}$$

أو :

$$\underline{\mathcal{P}_m = 1 \text{ k W}}$$

التمرين السادس عشر

يتكون مكثف مستو من لبوسين، مساحتهما المتقابلة $S = 100 \text{ cm}^2$ ، يفصلهما عازل سمكه $e = 0,1 \text{ mm}$ وعازليته $\varepsilon = 4,5\ \varepsilon_0$.

نعطي : $\varepsilon_0 = 8,84 . 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ عازلية الفراغ التي تساوي تقريبا عازلية الهواء.

نشحن المكثف الى أن يصير التوتر بين مربطيه $U = 100 \text{ V}$ ثم نزيله من الدارة.

1) احسب السعة C للمكثف.

2) احسب الشحنة Q والطاقة E للمكثف.

3) احسب عدد الإلكترونات التي اكتسبها اللبوس السالب وعدد الإلكترونات التي فقدها اللبوس الموجب.

نعطي : الشحنة الإبتدائية $e = 1,6 . 10^{-19} \text{ C}$.

4) نزيل العازل الذي يفصل اللبوسين.

4.1 - من بين المقادير التالية U ، C ، Q و E ، ما هو المقدار الذي لم يتغير ؟

4.2 - احسب قيم المقادير التي تغيرت.

الحـل

1) نحسب سعة المكثف المستوي بتطبيق العلاقة :

$$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{e}}$$

$$C = 4,5\ \varepsilon_0 \frac{S}{e}$$

ت.ع :

$$C = 4,5 . 8,84 . 10^{-12} . \frac{100 . 10^{-4}}{0,1 . 10^{-3}}$$

$C \approx 4 \cdot 10^{-9} F$

$C \approx 4 nF$

2) شحنة المكثف :

$$\boxed{Q = C U}$$

ت.ع. :

$Q = 4 \cdot 10^{-9} \times 100$

$Q = 4 \cdot 10^{-7} C$

طاقة المكثف :

$$\boxed{E = \frac{1}{2} CU^2}$$

ت.ع. :

$E = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-9} \times (100)^2$

$E = 2 \cdot 10^{-5} J$

3) ليكن n عدد الإلكترونات التي اكتسبها اللبوس السالب ذو الشحنة (- Q) حيث :

$$(-Q) = n \cdot (-e)$$

ومنه :

$$\boxed{n = \frac{Q}{e}}$$

ت.ع. :

$$n = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$n = 2,5 \cdot 10^{12}$

وبما أن شحنتي اللبوسين متقابلتان فإن عدد الإلكترونات التي اكتسبها اللبوس السالب يساوي عدد الإلكترونات التي فقدها اللبوس الموجب.

4) 4.1 - نعلم أن المكثف تم شحنه ثم عزله عن الدارة، وبالتالي فإن عدد الإلكترونات المكتسبة أو المفقودة من طرف اللبوسين لا يتغير عند إزالة العازل.

فيكون المقدار الذي لم يتغير هو شحنة المكثف.

$$\boxed{Q = 4 \cdot 10^{-7} C}$$

4.2 - بما أن العازل الذي صار يفصل اللبوسين هو الهواء، تصبح سعة المكثف هي :

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{e}}$$

$$C = \frac{8,84 \cdot 10^{-12} \times 100 \cdot 10^{-4}}{0,1 \cdot 10^{-3}}$$

$C = 8,84 \cdot 10^{-10} F$

$C = 0,884 nF$

• التوتر بين مربطي المكثف هو :

$$\boxed{U = \frac{Q}{C}}$$

$$U = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{8,84 \cdot 10^{-10}}$$

$\underline{U \approx 452\ V}$

. طاقة المكثف هي :
$$\boxed{E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{(4\ .\ 10^{-7})^2}{8,84\ .\ 10^{-10}}$$

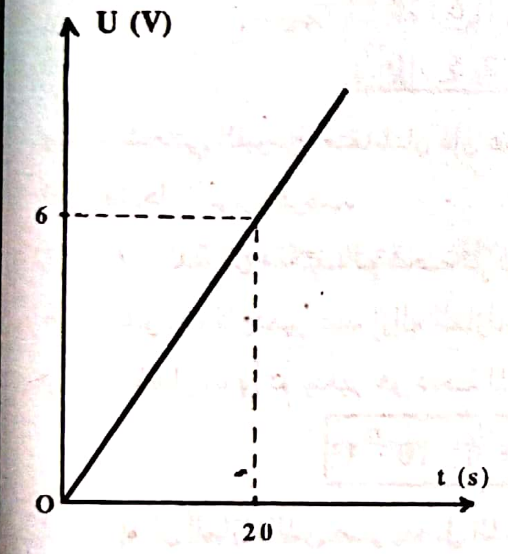
$$\underline{E \approx 9\ .\ 10^{-5}\ J}$$

ملحوظة :

لكي نزيل العازل يجب أن نطبق شغلا يكتسبه المكثف على شكل طاقة كهربائية مما يؤدي الى رفع طاقته من القيمة $2\ .\ 10^{-5}\ J$ الى القيمة $9\ .\ 10^{-5}\ J$.

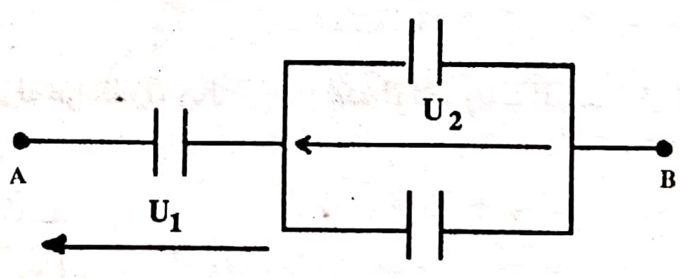
التمرين السابع عشر

يعطي المنحنى التالي تغيرات التوتر U بين مربطي مكثف (D) بدلالة الزمن عندما يمر به تيار شدته ثابتة $I = 0,6\ mA$.



1) أوجد السعة C للمكثف (D).

2) بواسطة ثلاثة مكثفات مماثلة للمكثف (D) ننجز التركيب المبين في الشكل التالي :



2.1 - احسب سعة المكثف المكافئ لثنائي القطب AB.

2.2 - حدد التوترين U_1 و U_2 عندما يكون $U_{AB} = 15\ V$.

الحـــل

1) منحنى تغيرات التوتر U بدلالة الزمن مستقيم يمر بأصل المعلم، معادلته هي :

$$U = a\ t$$

مع a المعامل الموجه للمنحنى وقيمته :

$$a = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$a = \frac{6 - 0}{20 - 0}$$

$$a = 0,3\ V.s^{-1}$$

وحيث نعلم :
$$Q = CU$$
$$Q = It$$

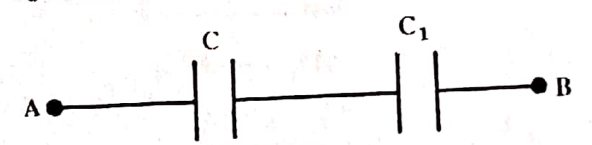
نستنتج :
$$CU = It$$

ومنه :
$$C = \frac{It}{U}$$
$$C = \frac{It}{at}$$
$$\boxed{C = \frac{I}{a}}$$

ت.ع. :
$$C = \frac{0,6 . 10^{-3}}{0,3}$$
$$C = 2 . 10^{-3}\ F$$

أو :
$$\underline{C = 2000\ \mu F}$$

2) 2.1 - نعوض تركيب المكثفات الثلاثة بالتركيب المكافئ المبين كما يلي :



حيث C_1 سعة المكثف المكافىء للمكثفين المركبين على التوازي :
$$C_1 = C + C$$
$$C_1 = 2C$$

التركيب المكافئ لثنائي القطب AB هو :

مع C_2 سعة المكثف المكافىء لثنائي القطب AB والتي تحقق :

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_1}$$
$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C}$$
$$\frac{1}{C_2} = \frac{2C + C}{2C^2}$$

ومنه نجد :
$$\boxed{C_2 = \frac{2}{3} C}$$

ت.ع. :
$$C_2 = \frac{2}{3} \times 2 . 10^{-3}$$
$$\underline{C_2 = 1,33 . 10^{-3}\ F}$$

2.2 - نعتبر التركيب المكافىء التالي :

حيث شحنتا المكثفين المركبين على التوالي متساويتان :

$$Q = C\,U_1 = C_1\,U_2 \quad (1)$$

حسب قانون إضافية التوترات نكتب :

$$U_{AB} = U_1 + U_2 \quad (2)$$

نحل المعادلتين (1) و (2) فنجد :

$$U_1 = \frac{C_1}{C+C_1} U_{AB}$$

$$U_1 = \frac{2C}{C+2C} U_{AB}$$

$$\boxed{U_1 = \frac{2}{3} U_{AB}}$$

وبالتالي :

$$U_2 = U_{AB} - U_1$$

$$\boxed{U_2 = \frac{1}{3} U_{AB}}$$

ت.ع. :

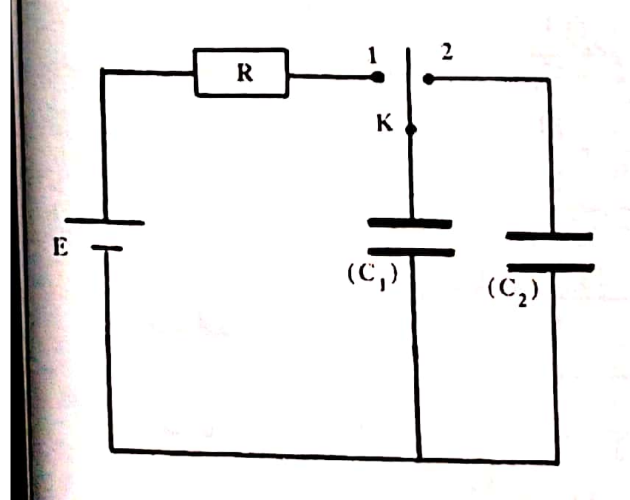
$$U_1 = \frac{2}{3} \times 15$$

$$\underline{U_1 = 10\ V}$$

$$U_2 = \frac{1}{3} \times 15$$

$$\underline{U_2 = 5\ V}$$

التمرين الثامن عشر



تحتوي الدارة التالية على :

- مولد قوته الكهر محركة $E = 12\ V$ ومقاومته الداخلية مهملة.
- موصل أومي مقاومته $R = 1\ k\Omega$.
- مكثف (C_1) سعته $C_1 = 10^3\ \mu F$.
- مكثف (C_2) سعته $C_2 = 500\ \mu F$.
- قاطع التيار K.

1) نضع قاطع التيار في الموضع (1)

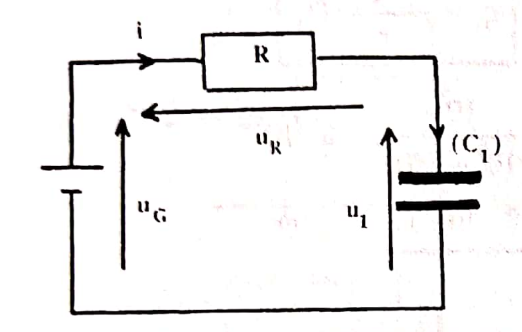
1.1 - أوجد تعبير الشدة i للتيار المار في المكثف بدلالة E ، R و u_1 حيث u_1 التوتر الموجب بين مربطي المكثف (C_1).

1.2 - حدد مجال تغير الشدة i .

1.3 - احسب الشحنة Q_1 للمكثف (C_1) عند نهاية الشحن.

2) نضع قاطع التيار في الموضع (2) ، احسب شحنة كل مكثف.

الحــل



1.1 - نطبق قانون إضافية التوترات في الدارة الممثلة جانبه، فنكتب :

$$u_G - u_R - u_1 = 0$$

حيث : $u_G = E$ و $u_R = R\,i$

أي : $E - R\,i - u_1 = 0$

ومنه : $R\,i = E - u_1$

$$\boxed{i = \frac{E - u_1}{R}}$$

1.2 - عند بداية الشحن تكون $u_1 = 0$ وتأخذ الشدة i قيمتها القصوية I_{max} :

$$I_{max} = \frac{E}{R}$$

$$I_{max} = \frac{12}{10^3} = 12\,.\,10^{-3}\ A$$

أو : $\underline{I_{max} = 12\ mA}$

أثناء شحن المكثف تتزايد قيمة u_1 وتتناقص قيمة i الى أن تنعدم عند نهاية الشحن. إذن :

$$I_{min} = 0\ mA$$

فيكون مجال تغير شدة التيار i هو : [0 mA, 12 mA]

1.3 - عند نهاية الشحن تكون : $i = 0$ و $E - u_1 = 0$

أي : $u_1 = E$

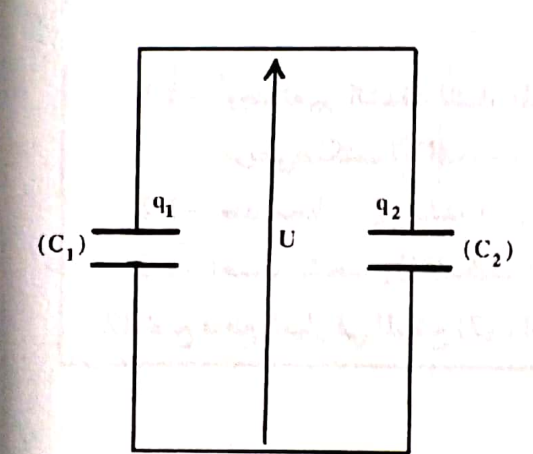
وتكون شحنة المكثف عند نهاية الشحن هي :

$$Q_1 = C_1\,u_1 = C_1\,E$$

$$Q_1 = 10^3\,.\,10^{-6} \times 12$$

$$\underline{Q_1 = 1,2\,.\,10^{-2}\ C}$$

2) عندما نضع قاطع التيار في الموضع (2) يفرغ جزء من شحنة المكثف (C_1) في المكثف (C_2) الى أن يصبح عند التوازن نفس التوتر بين مربطي المكثفين.



لتكن q_1 و q_2 على التوالي شحنتا المكثفين (C_1) و (C_2) عند التوازن.

نطبق مبدأ انحفاظ الشحنة فنكتب :

$Q_1 = q_1 + q_2$ المعادلة (1)

لدينا : $q_1 = C_1 U$ و $q_2 = C_2 U$

ومنه $\frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1}$ المعادلة (2)

نحل المعادلتين (1) و (2) فنجد :

$$\boxed{q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q_1} \quad \text{و} \quad \boxed{q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_1}$$

ت.ع. :

$$q_1 = \frac{10^3}{10^3 + 500} . 1,2 . 10^{-2} \quad \text{و} \quad q_2 = \frac{500}{10^3 + 500} . 1,2 . 10^{-2}$$

$$\underline{q_1 = 8 . 10^{-3}\ C} \quad \text{و} \quad \underline{q_2 = 4 . 10^{-3}\ C}$$

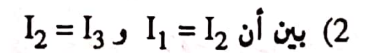
التمرين التاسع عشر

يعطي الشكل (1) مولدا مؤمثلا للتيار قطباه P و N.

نعطي : $R = 100\ k\Omega$

$E = 4,5\ V$

1) ذكر بخاصيات المضخم العملياتي الكامل في النظام الخطي.



2) بين أن $I_1 = I_2$ و $I_2 = I_3$

3) بين أن $I_0 = \frac{E}{R}$.

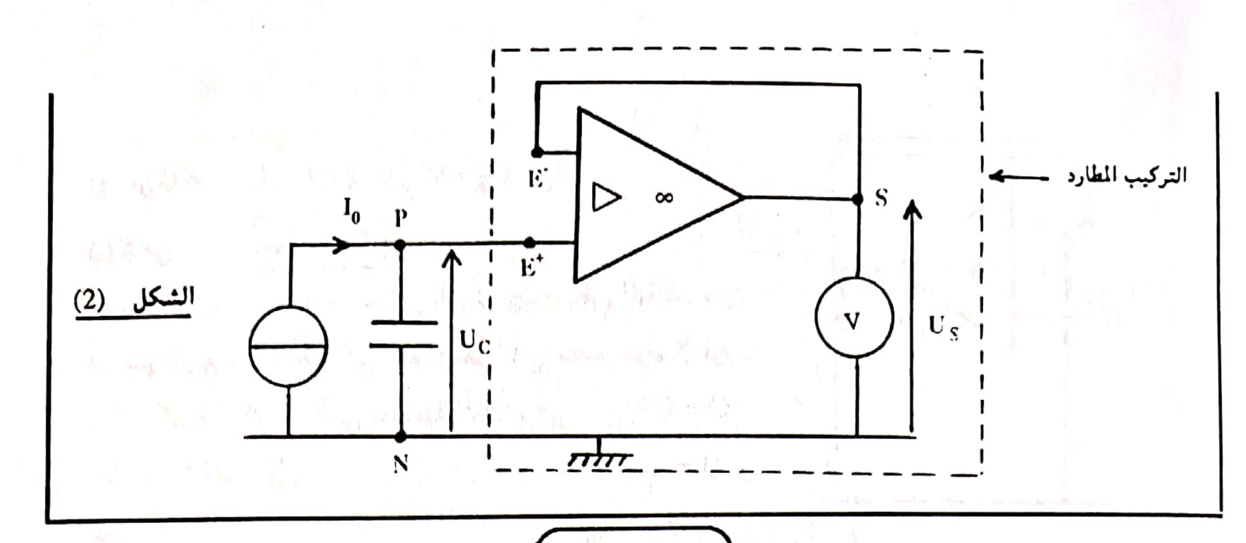
4) نستعمل المولد المؤمثل للتيار لشحن مكثف. (أنظر الشكل (2))

4.1 - بين أن $U_S = U_C$ ، واذكر فائدة التركيب المطارد في الدارة.

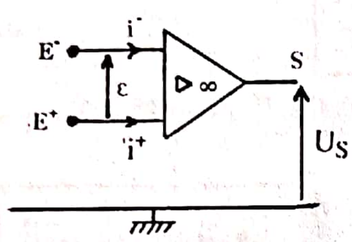
4.2 - نشحن المكثف أثناء مدة $t = 5\ min$ فيشير الفولطمتر الى التوتر $U_S = 6,8\ V$.

احسب سعة المكثف.

الشكل (1)



الحـــل

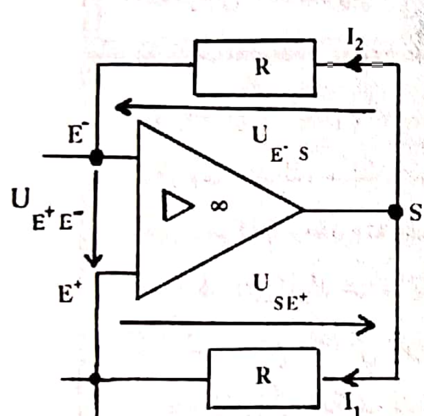


1) خاصيات المضخم العملياتي الكامل في النظام الخطي :

$$i^- = i^+ = 0$$

$$\varepsilon = U_{E^-E^+} = 0$$

$$-V_{Sat} \le U_S \le +V_{Sat}$$



2) نطبق قانون إضافية التوترات في الحلقة $E^-SE^+E^-$ ، فنكتب :

$$U_{E^-S} + U_{SE^+} + U_{E^+E^-} = 0$$

$$-R\,I_2 + R\,I_1 + 0 = 0$$

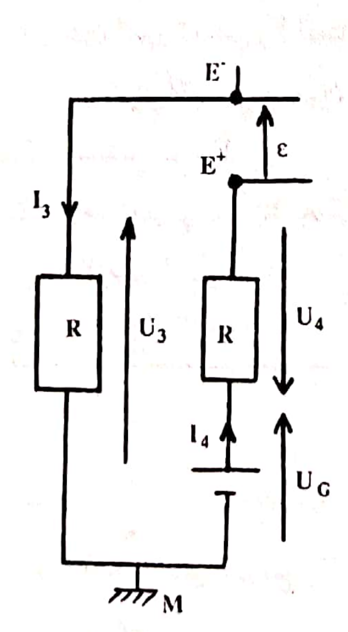
ومنه $R\,I_1 = R\,I_2$

أي $\boxed{I_1 = I_2}$

نطبق قانون العقد في العقدة E^- فنكتب :

$$I_2 = i^- + I_3$$

لدينا : $i^- = 0$ إذن : $\boxed{I_2 = I_3}$



3) في الحلقة ME^+E^-M لدينا :

$$U_G - U_4 + \varepsilon - U_3 = 0$$

أي : $E - R\,I_4 + \varepsilon - R\,I_3 = 0$

ومنه : $E = R\,(I_3 + I_4)$

لدينا : $I_0 = I_1 + I_4$ و $I_1 = I_2 = I_3$

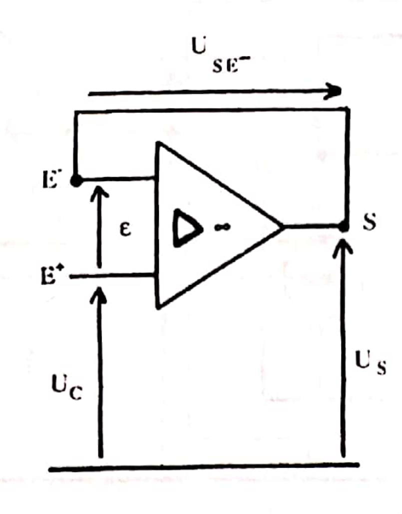
إذن : $I_3 + I_4 = I_1 + I_4 = I_0$

وبالتالي نستنتج : $\boxed{I_0 = \dfrac{E}{R}}$

4.1 - في التركيب المطارد المبين في الصفحة الموالية لدينا :

$$U_C + \varepsilon + U_{SE^-} - U_S = 0$$

وبما أن $U_{SE^-} = 0$ و $\varepsilon = 0$ فإن $U_C - U_S = 0$



وبالتالي : $\boxed{U_S = U_C}$

يُمكِّن التركيب المطارد من قياس التوتر بين مربطي المكثف دون أن يتم تفريغ هذا الأخير في الفولطمتر الذي يعتبر موصلا أوميا.

4.2 - كمية الكهرباء التي يحملها المكثف هي : $Q = C\,U_C$

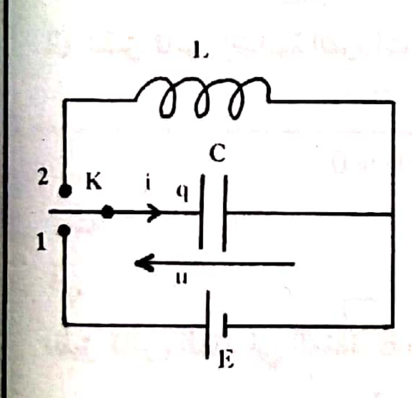
وبما أن I_0 ثابتة فإن : $Q = I_0\, t$

إذن : $C\,U_C = I_0\, t$

ومنه : $\boxed{C = \frac{I_0\, t}{U_C}}$ مع $I_0 = \frac{E}{R}$

ت.ع. : $I_0 = 45\,\mu A$ و $\underline{C = 2000\,\mu F}$

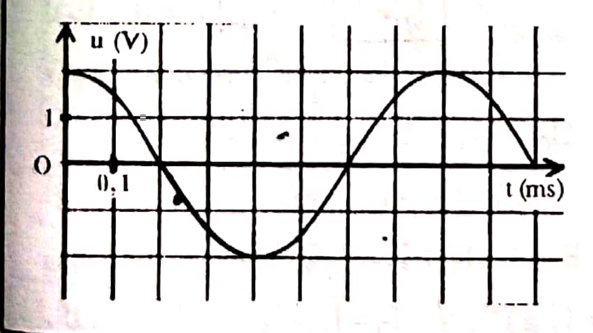
التمرين العشرون



نعتبر التركيب الممثل جانبه والذي يضم وشيعة، معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة، مكثف سعته $C = 0,1\,\mu F$ ، ومولد قوته الكهر محركة E ومقاومته مهملة.

1) ما هو دور المولد عندما يوجد قاطع التيار (K) في الموضع (1) ؟

2) نضع القاطع (K) في الموضع (2). يمثل المنحنى جانبه تغيرات التوتر u بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.



2.1 - عين الدور الخاص T_0 للمتذبذب (LC) والتوتر القصوي U_m بين مربطي المكثف.

2.2 - استنتج L و E.

2.3 - أوجد تعبيري u و q(شحنة المكثف) بدلالة الزمن.

الحل

1) عند وضع القاطع (K) في الموضع (1) يتجلى دور المولد في شحن المكثف.

2.1 - من المنحنى نجد : $T_0 = 8\,.\,0,1\text{ ms}$

$\underline{T_0 = 0,8\text{ ms}}$

و : $U_m = 2 \times 1\ V$

$U_m = 2\ V$

2.2 - النبض الخاص للمتذبذب (LC) هو :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

ومنه

$$\frac{1}{LC} = \frac{4\pi^2}{T_0^2}$$

$$\boxed{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}}$$

ت.ع. :

$$L = \frac{(0,8 \cdot 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 0,1 \cdot 10^{-6}}$$

$L = 0,162\ H$

تعيين قيمة E :

عندما يوجد القاطع (K) في الموضع (1) يشحن المكثف الى أن يصبح التوتر u بين مربطيه قصويا ويساوي E.

وعندما يوجد القاطع (K) في الموضع (2) يتأرجح التوتر u بين القيمة القصوية U_m والقيمة الدنوية ($-U_m$).

ومنه نستنتج : $\boxed{E = U_m = 2\ V}$

2.3 - منحنى تغيرات u بدلالة الزمن جيبي ومنه يكون تعبير u (t) على الشكل :

$$u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

لدينا : $U_m = 2\ V$ و $\omega_0 = \frac{2\pi}{0,8 \cdot 10^{-3}} = 7,85 \cdot 10^3\ rad \cdot s^{-1}$

حساب φ :

عند t = 0 لدينا : - من المعادلة $u = U_m \cos\varphi$

- من المنحنى $u = U_m$

أي : $U_m = U_m \cos\varphi$

ومنه: $\cos\varphi = 1$ و $\varphi = 0$

إذن : $\boxed{u = 2 \cos(7,85 \cdot 10^3\ t)}$ بـ (V)

في اصطلاح المستقبل يكون تعبير الشحنة q للبوس الذي يشير اليه السهم الإصطلاحي للتيار هو :

$q = C\,u$

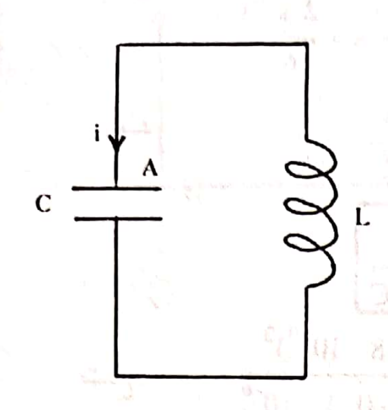
أي : $q = 0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \cos(7,85 \cdot 10^3\ t)$

$\boxed{q = 2 \cdot 10^{-7} \cos(7,85 \cdot 10^3\ t)}$ بـ (C)

التمرين الواحد والعشرون

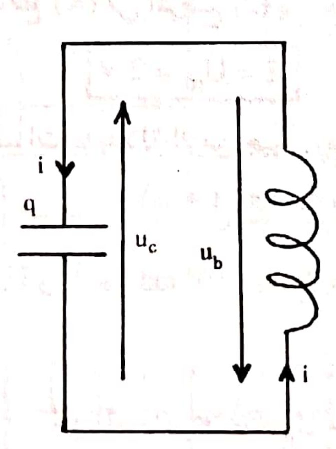
ننجز دارة متذبذبة بواسطة مكثف سعته $C = 0,1\,\mu F$ ووشيعة معامل تحريضها $L = 1,2\,H$ ومقاومتها مهملة.

عند التاريخ $t = 0$ يحمل اللبوس A للمكثف الشحنة $q_0 = 2 . 10^{-6}\,C$ وتكون شدة التيار i في الدارة منعدمة.



1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للبوس A.
2) بين أن الطاقة الكلية للدارة (L.C.) ثابتة واحسب قيمتها.
3) أوجد تعبير الشحنة q بدلالة الزمن .
4) استنتج تعبير الشدة i بدلالة الزمن. احسب i عندما تكون $q = 10^{-6}\,C$.

الحـل



1) في اصطلاح المستقبل لدينا :

- بالنسبة للوشيعة : $u_b = L\dfrac{di}{dt}$
- بالنسبة للمكثف : $u_c = \dfrac{q}{C}$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_b + u_c = 0$$

أو : $L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{q}{C} = 0$

لدينا بالنسبة لشحنة اللبوس الذي يشير اليه المنحى الاصطلاحي للتيار :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

فنستنتج المعادلة التفاضلية لتغيرات شحنة المكثف.

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0}$$

2) الطاقة الكلية للدارة (LC) هي :

$$E = E_m + E_e$$

مع : * $E_m = \dfrac{1}{2}L\,i^2$ الطاقة المغناطيسية للوشيعة.

* $E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ الطاقة الكهربائية للمكثف .

$$E = \frac{1}{2}L\,i^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

نشتق تعبير E بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}Li^2\right)}{dt} + \frac{d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}L\,i^2\right)}{di}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{dq}\cdot\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{2}L\,i\cdot\frac{di}{dt} + \frac{2}{2}\frac{q}{C}\cdot i$$

ومنه : $\frac{dE}{dt} = i\left(L\ddot{q} - \frac{q}{C}\right)$

من المعادلة التفاضلية لدينا : $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

إذن : $\frac{dE}{dt} = 0$ وبالتالي $\underline{E = cte}$

نحسب قيمة E مثلا عند $t = 0$ حيث $q = q_0$ و $i = 0$.

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C}$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{(2\,.\,10^{-6})^2}{0,1\,.\,10^{-6}}$$

3) حل المعادلة التفاضلية هو : $\underline{E = 2\,.\,10^{-5}\ J}$

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث : * $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ النبض الخاص للمتذبذب

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{1,2\,.\,0,1\,.\,10^{-6}}} = 2\,887\ rad.s^{-1}$$

* $q_m = q_0 = 2\,.\,10^{-6}\ C$ (الشحنة القصوية للمكثف)

حساب φ :

عند $t = 0$ لدينا : - من المعادلة : $q = q_m \cos\varphi$

- من النص : $q = q_0$

إذن : $q_m \cos\varphi = q_0 = q_m$

ومنه $\cos\varphi = 1$ أي $\underline{\varphi = 0}$

وبالتالي : $\boxed{q = 2 \,.\, 10^{-6} \cos(2887\, t)}$ بـ (C)

4) معادلة الشدة i بدلالة الزمن هي كالتالي :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = -\,q_m\, \omega_0 \sin(\omega_0\, t + \varphi)$$

$$i = -\,2 \,.\, 10^{-6} \,.\, 2887 \sin(2887\, t)$$

$$i = -\,5,77 \,.\, 10^{-3} \sin(2887\, t)$$

أو $\boxed{i = 5,77 \,.\, 10^{-3} \sin(2887\, t + \pi)}$ بـ (A)

حساب i :

$q = 10^{-6} = 2 \,.\, 10^{-6} \cos\omega_0\, t$ مع $\omega_0 = 2887\ rad.S^{-1}$

ومنه :

$$\frac{1}{2} = \cos\omega_0\, t$$

$$\omega_0\, t = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

إذن :

$$i = 5,77 \,.\, 10^{-3} \sin\left(\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi + \pi\right)$$

$$i = 5,77 \,.\, 10^{-3}\left(-\sin\pm\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\underline{i = \pm 5 \,.\, 10^{-3}\ A}$$

التمرين الثاني والعشرون

نفرغ مكثفا، سعته C في وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها L.

يمثل الشكل أسفله تغيرات الطاقة الكهربائية E_e للمكثف والطاقة الكلية E للمتذبذب (LC) بدلالة الشحنة q للمكثف.

L

C

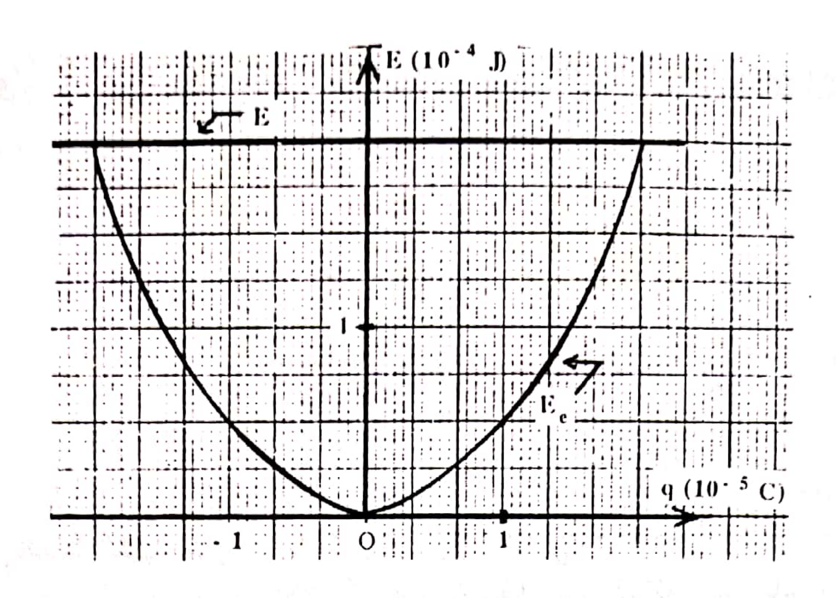
اعتمادا على الشكل أوجد :

1) الشحنة القصوية q_m للمكثف.

2) السعة C للمكثف.

3) معامل التحريض L للوشيعة علما أن شدة التيار القصوية في الدارة هي : $I_m = 28,3\ mA$

4) قيمة الطاقة المغناطيسية E_m للوشيعة عندما تكون شحنة المكثف $q = 10^{-5}\ C$.



الحل

1) الطاقة الكلية للدارة (LC) هي مجموع الطاقة الكهربائية E_e للمكثف والطاقة المغناطيسية E_m للوشيعة.

$$E = E_e + E_m$$

لدينا : $E_m = \frac{1}{2} L i^2 \geq 0$

إذن : $E_e \leq E$

في الشكل، تتحقق هذه المتفاوتة بالنسبة لـ :

$$-2 \cdot 10^{-5} C \leq q \leq 2 \cdot 10^{-5} C$$

القيمة القصوية لشحنة المكثف هي :

$$\underline{q_m = 2 \cdot 10^{-5} C}$$

2) تعبير طاقة المكثف هي :

$$E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

ومنه : $\boxed{C = \frac{q^2}{2E_e}}$

ت.ع. : مثلا عند $q = q_m = 2 \cdot 10^{-5} C$ تكون $E_e = E = 2 \cdot 10^{-4} J$

$$C = \frac{(2 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot (2 \cdot 10^{-4})}$$

$$\underline{C = 10^{-6} F = 1 \mu F}$$

3) عندما تكون شدة التيار قصوية تنعدم شحنة المكثف (وكذلك E_e) وتساوي الطاقة المغناطيسية للوشيعة الطاقة الكلية للدارة (LC).

$$E = E_m = \frac{1}{2} L I_m^2$$

ومنه :

$$\boxed{L = \frac{2E}{I_m^2}}$$

ت.ع :

$$L = \frac{2 \,.\, 2 \,.\, 10^{-4}}{(28,3 \,.\, 10^{-3})^2}$$

$$\underline{L = 0,5 \text{ H}}$$

4) من تعبير الطاقة الكلية للدارة (LC) نكتب : $E_m = E - E_e$

من المنحنى : عند $q = 10^{-5}$ C نجد $E_e = 0,5 \,.\, 10^{-4}$ J

إذن :

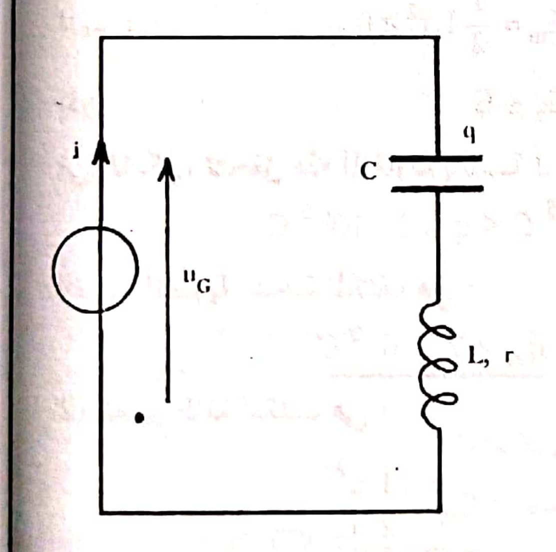
$$E_m = 2 \,.\, 10^{-4} - 0,5 \,.\, 10^{-4}$$

$$\underline{E_m = 1,5 \,.\, 10^{-4} \text{ J}}$$

التمرين الثالث والعشرون

نستعمل في الدارة الممثلة جانبه :

- مكثفاً سعته $C = 1 \mu F$.
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها $r = 2 \Omega$
- مولداً يزود الدارة بتوتر u_G يتناسب اطرادا مع شدة التيار i : $u_G = K i$



1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف.

2) حدد قيمة K لكي تصبح الدارة مقر تذبذبات جيبية.

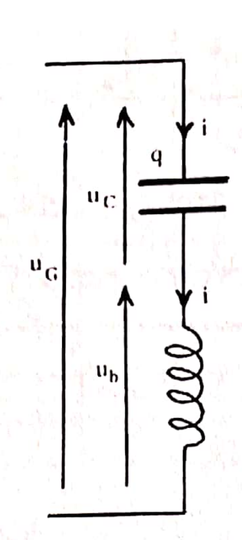
3) علما أن تردد التذبذبات الجيبية هو $N_0 = 2,5$ K Hz.

احسب L.

الحل

1) نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_G = u_c + u_b$$



في اصطلاح المستقبل لدينا : $u_C = \frac{q}{C}$ و $u_b = r\,i + L\frac{di}{dt}$

إذن : $$K\,i = \frac{q}{C} + r\,i + L\frac{di}{dt}$$

نضع : $i = \frac{dq}{dt}$ ، $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

فنكتب : $$L\frac{d^2q}{dt^2} + (r - K)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

أو : $$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(r-K)}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0}$$

وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف.

2) تصبح الدارة مقر تذبذبات جيبية عندما تكون المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف هي :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

ومنه تكون قيمة K التي تحقق ذلك هي : $\underline{K = r = 2\,\Omega}$

3) النبض الخاص للتذبذبات هو :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

ولدينا : $$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi N_0$$

إذن : $$2\pi N_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$4\pi^2 N_0^2 = \frac{1}{LC}$$

ومنه : $$\boxed{L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}}$$

ت.ع : $$L = \frac{1}{4\pi^2 . (2,5 . 10^3)^2 . 10^{-6}}$$

$$\underline{L \approx 4,1 . 10^{-3}\ H}$$

التمرين الرابع والعشرون

يطبق مولد (GBF) بين مربطي ثنائي قطب توترا جيبيا : $u = 12\cos 100\pi t$ مع t بـ (s) و u بـ (V)

يمر في ثنائي القطب تيار كهربائي شدته جيبية : $i = 0,5\cos\left(2\pi N t - \frac{\pi}{4}\right)$ مع t بـ (s) و i بـ (A)

1) احسب التوتر الفعال والشدة الفعالة بين مربطي ثنائي القطب.

2) حدد تردد التيار.

3) احسب ممانعة ثنائي القطب.

4) حدد طور التوتر u بالنسبة للشدة i.

الحــل

1) التوتر الفعال :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8,48 \text{ V}$$

الشدة الفعالة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,353 \text{ A}$$

2) يكون لشدة التيار i وللتوتر u نفس النبض ω ، إذن :

$$100\,\pi = 2\,\pi\,N$$

ومنه :

$$N = \frac{100\,\pi}{2\,\pi}$$

$$\underline{N = 50 \text{ Hz}}$$

3) ممانعة ثنائي القطب هي :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$$

$$Z = \frac{12}{0,5} = 24\ \Omega$$

4) طور الشدة i بالنسبة للتوتر u هو :

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

ومنه يكون طور التوتر u بالنسبة للشدة i هو :

$$\varphi' = -\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

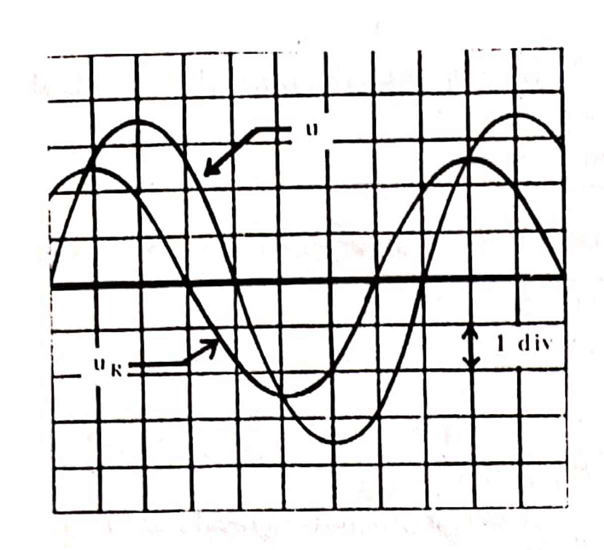
التمرين الخامس والعشرون

يغذي مولد (G.B.F.) دارة (RLC) متوالية .

نعاين على شاشة راسم التذبذب التوتر u_R بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u بين مربطي الدارة فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل جانبه.

الحساسية الرأسية للمدخلين : $2\ V/_{div}$

الحساسية الأفقية (الكسح) : $0,5\ ms/_{div}$



1) احسب القيمة القصوية U_m للتوتر u.

2) عين التردد N للتوترين u_R و u.

3) احسب طور التوتر u بالنسبة للتوتر u_R ثم استنتج طور u بالنسبة لشدة التيار المار في الدارة.

4) احسب ممانعة الدارة علما أن مقاومة الموصل الأومي هي : $R = 100\ \Omega$

الحل

1) من منحنى u نجد :

$$U_m = 3,5\ div \times 2\ V/_{div}$$

$$\underline{U_m = 7\ V}$$

2) الدور T للتوترين هو :

$$T = 8\ div \times 0,5\ ms/_{div}$$

$$\underline{T = 4\ ms}$$

التردد N للتوترين هو :

$$N = \frac{1}{T}$$

$$N = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} = 250\ Hz$$

3) القيمة المطلقة لطور u بالنسبة لـ u_R هي :

$$|\varphi| = 2\pi \frac{\tau}{T}$$

مع τ الفارق الزمني بين المنحنيين وقيمته هي :

$$\tau = 1\ div \times 0,5\ ms/_{div}$$

$$\tau = 0,5\ ms$$

إذن :

$$|\varphi| = 2\pi \frac{0,5}{4}$$

$$|\varphi| = \frac{\pi}{4}\ rad$$

لدينا u متأخر في الطور بالنسبة لـ u_R فتكون $\varphi < 0$ ، أي :

$$\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{4}\ rad}$$

بالنسبة للموصل الأومي تكون u_R و i على توافق في الطور، فنستنتج أن طور u بالنسبة لـ i هو كذلك :

$$\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{4}\ rad}$$

4) ممانعة الدارة هي :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad (1)$$

مع I_m الشدة القصوية للتيار المار في الدارة.

لدينا بالنسبة للموصل الأومي :

$$R = \frac{U_{Rm}}{I_m} \quad (2)$$

مع U_{Rm} القيمة القصوية للتوتر u_R.

من (1) و (2) نجد :

$$\frac{U_m}{Z} = \frac{U_{Rm}}{R}$$

ومنه :

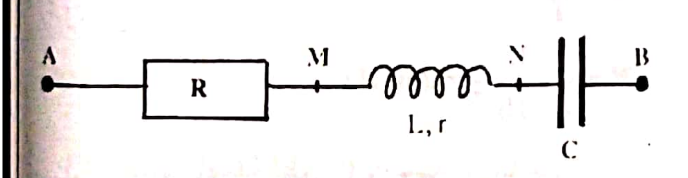
$$\boxed{Z = R\frac{U_m}{U_{Rm}}}$$

ت.ع. : من منحنى u_R نجد : $U_{Rm} \approx 5\ V$

وتكون : $Z = 100\frac{7}{5}$

$\underline{Z = 140\,\Omega}$

التمرين السادس والعشرون



في ثنائي القطب (AB) الممثل جانبه لدينا :

$r = 12\ \Omega$ ، $L = 0,5\ H$ ، $R = 100\ \Omega$

و $C = 10\ \mu F$.

يمر في ثنائي القطب (AB) تيار متناوب جيبي

شدته : $i = I\sqrt{2}\cos(2\pi\ f\ t)$ مع $I = 0,25\ A$ و $f = 50\ Hz$

1) احسب ممانعات ثنائيات القطب (AB) ، (AN) و (MB).

2) احسب التوتر الفعال بين مربطي كل من ثنائيي القطب (AN) و (AB).

3) أوجد، بدلالة الزمن، تعبير التوتر u_{AN} بين مربطي (AN).

الحـــل

1) - ممانعة ثنائي القطب (AB) هي :

$$Z_{AB} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad \text{مع} \quad \omega = 2\pi f$$

ت.ع : $\omega = 2\pi . 50 = 100\pi \text{ rad . s}^{-1}$

$$Z_{AB} = \sqrt{(100+12)^2 + \left(0,5 . 100\pi - \frac{1}{10 . 10^{-6} . 100\pi}\right)^2}$$

$$Z_{AB} = \sqrt{(112)^2 + (-161)^2}$$

$$Z_{AB} = 196\,\Omega$$

- ممانعة ثنائي القطب (AN) هي :

$$Z_{AN} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega)^2}$$

ت.ع : $Z_{AN} = \sqrt{(112)^2 + (0,5 . 100\pi)^2}$

$$Z_{AN} = 193\,\Omega$$

- ممانعة ثنائي القطب (MB) هي :

$$Z_{MB} = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

ت.ع : $Z_{MB} = \sqrt{12^2 + (-161)^2}$

$$Z_{MB} = 161,4\,\Omega$$

2) التوتر الفعال بين مربطي (AN) هو :

$U_{AN} = Z_{AN}\, I$ مع I الشدة الفعالة للتيار

$U_{AN} = 193 \times 0,25$

$U_{AN} = 48,3\text{ V}$

التوتر الفعال بين مربطي (AB) هو :

$U_{AB} = Z_{AB}\, I$

$U_{AB} = 196 \times 0,25$

$U_{AB} = 49\text{ V}$

3) التوتر u_{AN} متناوب جيبي :

$$u_{AN} = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

مع : $\quad$ - $U_m = U_{AN}\sqrt{2}$ التوتر القصوي.

$$U_m = 48,3 \cdot \sqrt{2} = 68,3\ V$$

- $\omega = 100\,\pi\ rad \cdot s^{-1}$

- φ : طور الدالة u_{AN} بالنسبة لـ i حيث :

$$\tan\varphi = \frac{L\,\omega}{R + r}$$

$$\tan\varphi = \frac{0,5 \cdot 100\,\pi}{100 + 12}$$

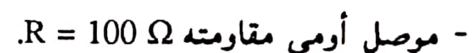
$$\tan\varphi = 1,4$$

ومنه : $\varphi = 0,95\ rad$

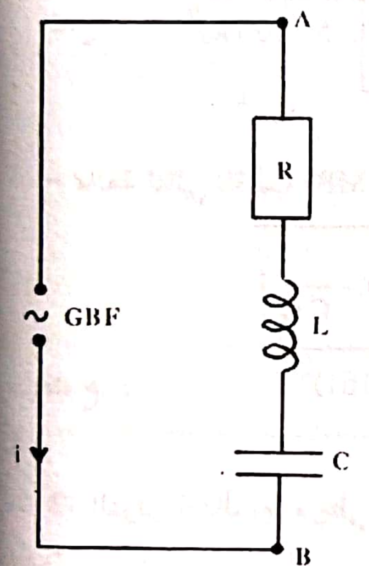
إذن : $\boxed{u_{AN} = 68,3 \cos(100\,\pi\,t + 0,95)}$ بـ (V)

التمرين السابع والعشرون

يتكون ثنائي القطب (AB) من العناصر التالية المركبة على التوالي (شكل 1):



- موصل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$.
- وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها L.
- مكثف سعته $C = 20\ \mu F$.



الشكل (1)

يطبق مولد كهربائي (GBF) بين مربطي (AB) توترا متناوبا جيبيا $u(t)$ ، قيمته القصوية U_m وتردده N ثابتان، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t) = I_m \cos 2\pi N t$.

1) نعاين بواسطة راسم التذبذب، التوتر $u(t)$ بين A و B، والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي، فنلاحظ على الشاشة الرسم التذبذبي الممثل في الشكل (2)

(1)

(2)

الشكل (2)

الحساسية الرأسية : 6 V / cm

الحساسية الأفقية : 5 ms / cm

1) بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر $u(t)$.
2) هل الدارة تحريضية أم كثافية ؟ علل جوابك.
3) حدد المقادير N ، U_m ، I_m و φ.طور التوتر $u(t)$ بالنسبة للشدة $i(t)$.
4) أوجد تعبير التوتر $u(t)$.
5) أوجد قيمة معامل التحريض L.

الحل

1) التوتر القصوي بين مربطي ثنائي القطب (AB) هو :

$U_m = Z_{AB} I_m$ مع Z_{AB} ممانعة ثنائي القطب (AB)

التوتر القصوي بين مربطي الموصل الأومي هو :

$U_{Rm} = R\ I_m$

لدينا دائما $Z_{AB} \geq R$ إذن : $U_m \geq U_{Rm}$

وحسب الرسم التذبذبي : القيمة القصوية للمنحنى (1) أكبر من القيمة القصوية للمنحنى (2)،فنستنتج أن المنحنى

(1) يمثل التوتر u (t).

2) يمر المنحنى (1) بالقيمة القصوية قبل المنحنى (2) أي أن التوتر u (t) متقدم في الطور على u_R (t) أو على i (t) (u_R (t) و i (t) على توافق في الطور). فنستنتج أن الدارة تحريضية.

3) * الدور T للتوترين هو : $T = 4 \times 5\ ms = 20\ ms$

* التردد N للتوترين هو : $N = \frac{1}{T}$

$\underline{N = 50\ Hz}$

* القيمة القصوية U_m هي : $U_m = 2 \times 6 = 12\ V$

* حساب I_m :

لدينا بالنسبة للموصل الأومي : $U_{Rm} = R\ I_m$

ومنه : $\boxed{I_m = \frac{U_{Rm}}{R}}$

من المنحنى (2) الممثل للتوتر u_R (t) نجد :

$u_{Rm} = 1,4 \times 6\ V = 8,4\ V$

إذن : $I_m = \frac{8,4}{100} = 0,084\ A$

* الطور φ هو كالتالي :

$|\varphi| = 2\pi \frac{\tau}{T}$

مع τ الفارق الزمني بين المنحنيين : $\tau = 0,5\ .\ 5\ ms = 2,5\ ms$

$|\varphi| = 2\pi \times \frac{2,5}{20}$

$|\varphi| = \frac{\pi}{4}\ rad$

u (t) متقدم في الطور بالنسبة لـ i (t) ، إذن :

$\underline{\varphi = \frac{\pi}{4}\ rad}$

4) التوتر $u(t)$ جيبي : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

مع :
- $U_m = 12\ V$
- $\omega = 2\pi N$

$\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi\ rad \cdot s^{-1}$

- $\varphi = \frac{\pi}{4}\ rad$

إذن : $\boxed{u(t) = 12\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)}$ بـ (V)

5) لدينا $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$

ومنه : $R\tan\varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

$L\omega = R\tan\varphi + \frac{1}{C\omega}$

$\boxed{L = \frac{R}{\omega}\tan\varphi + \frac{1}{C\omega^2}}$

ت.ع : $L = \frac{100}{100\pi}\tan\frac{\pi}{4} + \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \cdot (100\pi)^2}$

$\underline{L \approx 0,82\ H}$

طريقة أخرى لحساب L :

تعبير ممانعة الدارة هو :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

ومنه : $Z^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

$L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm\sqrt{Z^2 - R^2}$

نختار المعادلة : $L\omega - \frac{1}{C\omega} = \sqrt{Z^2 - R^2}$ **لأن الدارة تحريضية** $\left(L\omega > \frac{1}{C\omega}\right)$

إذن : $\boxed{L = \frac{1}{C\omega^2} + \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - R^2}}$

ت.ع : $Z = \frac{U_m}{I_m}$

$$Z = \frac{12}{0,084} = 143\ \Omega$$

$$L = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \cdot (100\pi)^2} + \frac{1}{100\pi}\sqrt{(143)^2 - (100)^2}$$

$$L = 0,507 + 0,325$$

$$\underline{L \approx 0,83\ H}$$

التمرين الثامن والعشرون

لدينا وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r مركبة على التوالي مع أمبيرمتر مقاومته مهملة.

1) نضبط الأمبيرمتر على التيار المستمر ثم نطبق بين مربطي التركيب توترا مستمرا $U = 1,5\ V$. فيشير الأمبيرمتر الى الشدة $I = 132\ mA$. احسب r.

2) نضبط الأمبيرمتر على التيار المتناوب ثم نطبق بين مربطي التركيب توترا متناويا جيبيا تعبيره :

$u(t) = U\sqrt{2}\cos 2\pi N t$ مع $U = 4\ V$ و $N = 50\ Hz$

يشير الأمبيرمتر الى الشدة $I = 11,2\ mA$.

- 2.1 - احسب الممانعة Z للوشيعة.
- 2.2 - اعتمادا على إنشاء فرينيل أوجد تعبير Z بدلالة L ، r و N. استنتج L.
- 2.3 - أوجد تعبير الشدة اللحظية للتيار المار في الدارة.

الحل

1) في التيار المستمر تلعب الوشيعة دور موصل أومي مقاومته r.

إذن : $U = r\,I$

ومنه : $\boxed{r = \frac{U}{I}}$

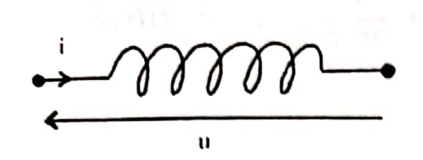
ت.ع : $r = \frac{1,5}{132 \cdot 10^{-3}}$; $\underline{r = 11,4\ \Omega}$

2) 2.1 - في التيار المتناوب يقيس الأمبيرمتر الشدة الفعالة للتيار. و ممانعة الوشيعة هي :

$$\boxed{Z = \frac{U}{I}}$$

ت.ع. : $Z = \frac{4}{11,2 \, . \, 10^{-3}}$; $\underline{Z = 357 \, \Omega}$;

2.2 - في اصطلاح المستقبل، يكون تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة هو :



$$u = r\,i + L\frac{d\,i}{d\,t}$$

يمر في الدارة تيار متناوب جيبي شدته :

$i\,(t) = I_m \cos\,(\omega\,t + \varphi_i)$ مع $\omega = 2\,\pi\,N$

اشتقاق i بالنسبة للزمن هو :

$$\frac{d\,i}{d\,t} = -\,I_m\,\omega \sin\,(\omega\,t + \varphi_i)$$

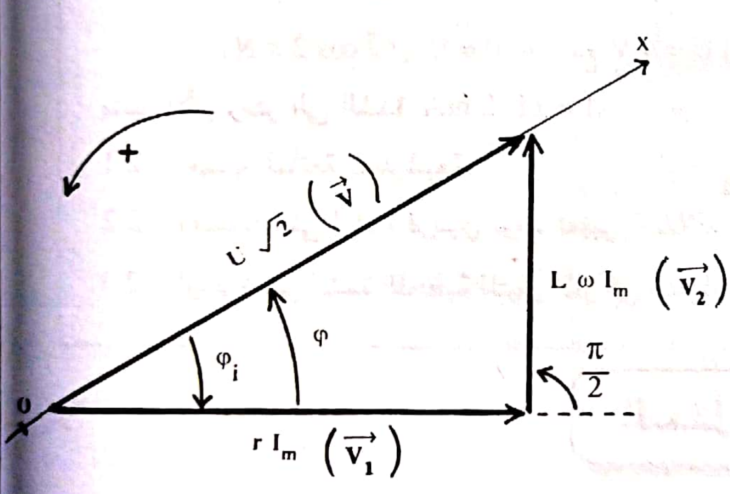
أو : $$\frac{d\,i}{d\,t} = I_m\,\omega \cos\left(\omega\,t + \frac{\pi}{2} + \varphi_i\right)$$

لدينا : $$u = U\sqrt{2}\cos\omega\,t$$

إذن : $$U\sqrt{2}\cos\omega\,t = r\,I_m\,\cos\,(\omega\,t + \varphi_i) + L\,\omega\,I_m \cos\left(\omega\,t + \frac{\pi}{2} + \varphi_i\right)$$



إنشاء فرينيل :



- نختار منحى موجبا.
- نمثل المتجهة $\vec{V_1}$ التي نقرنها بالمقدار $r\,I_m \cos\,(\omega\,t + \varphi_i)$ هي الأولى.
- نمثل المتجهة $\vec{V_2}$ التي نقرنها بالمقدار $L\,\omega\,I_m \cos\left(\omega\,t + \frac{\pi}{2} + \varphi_i\right)$ والتي تكوّن زاوية $\frac{\pi}{2}$ مع $\vec{V_1}$.
- نمثل المتجهة $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$ التي نقرنها بالمقدار $U\sqrt{2}\cos(\omega\,t)$.
- نمثل المحور Ox على حامل $\vec{V}$.

نطبق مبرهنة فيتاغورس فنكتب :

$$(U\sqrt{2})^2 = (r\,I_m)^2 + (L\,\omega\,I_m)^2$$

ومنه : $$2\,U^2 = [r^2 + (L\,\omega)^2]\,I_m^2$$

أو : $2\,U^2 = [r^2 + (L\,\omega)^2]\,2\,I^2$ لأن $I_m = I\sqrt{2}$

فنجد تعبير ممانعة الوشيعة : $$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{r^2 + (L\,\omega)^2}$$

أو : $$\boxed{Z = \sqrt{r^2 + 4\,\pi^2\,L^2\,N^2}}$$

ومن تعبير ممانعة الوشيعة نكتب :

$$Z^2 = r^2 + 4\pi^2 L^2 N^2$$

$$Z^2 - r^2 = 4\pi^2 L^2 N^2$$

ومنه :

$$L^2 = \frac{Z^2 - r^2}{4\pi^2 N^2}$$

$$L = \pm \frac{1}{2\pi N}\sqrt{Z^2 - r^2}$$

بما أن L يكون دائما موجبا نأخذ :

$$\boxed{L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{Z^2 - r^2}}$$

ت.ع. :

$$L = \frac{1}{2\pi \, . \, 50}\sqrt{(357)^2 - (11,4)^2}$$

$$\underline{L \approx 1,14\,H}$$

2.3 - لدينا : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

مع : – $I_m = I\sqrt{2}$ أي : $I_m = 11,2\sqrt{2} = 15,8\ mA$

– $\omega = 2\pi N = 100\pi\ rad\ .\ s^{-1}$

– φ_i طور i بالنسبة لـ u وهو يساوي $(-\varphi)$ حيث φ طور u بالنسبة لـ i .

حساب φ :

لدينا :

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{r}$$

$$\tan\varphi = \frac{1,14\ .\ 100\pi}{11,4}$$

$$\tan\varphi = 31,4$$

ومنه : $\varphi = 1,54\ rad$

وبالتالي : $\varphi_i = -1,54\ rad$

إذن : $\boxed{i(t) = 15,8\cos(100\pi t - 1,54)}$ بـ (mA)

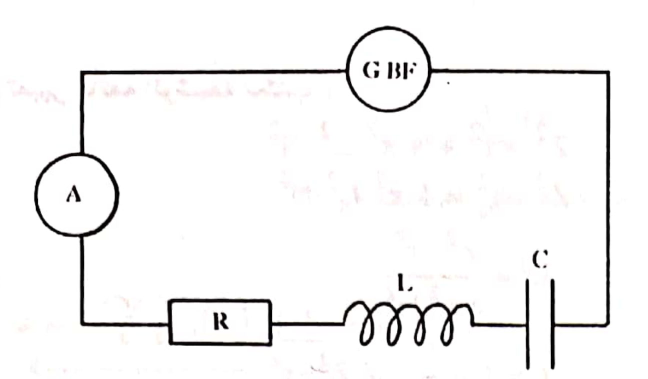
التمرين التاسع والعشرون

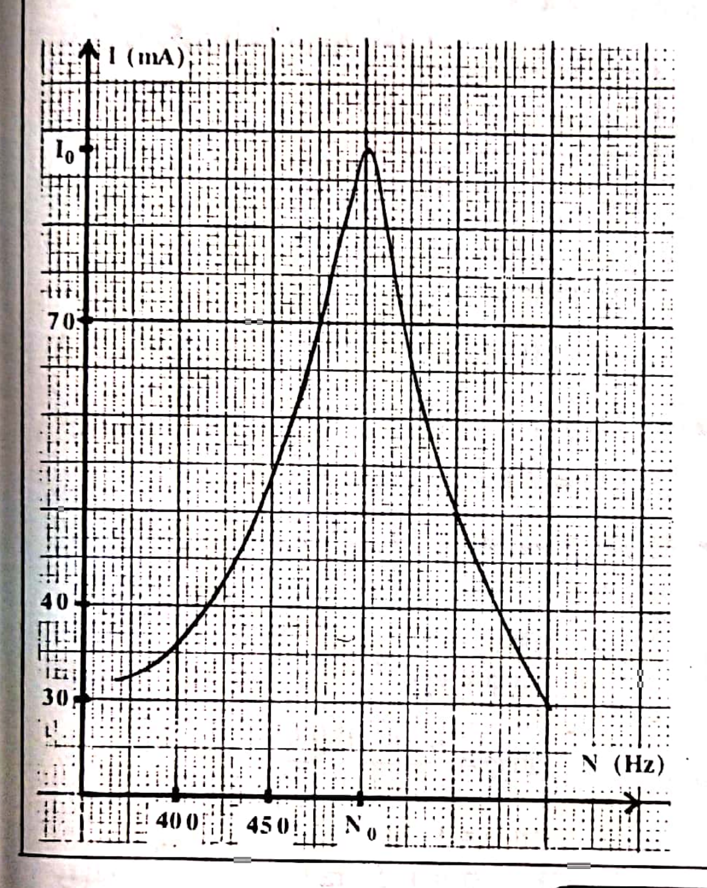
تتكون الدارة الممثلة في الصفحة الموالية من :

- مولد GBF يزود الدارة بتوتر متناوب جيبي قيمته الفعالة U ثابتة وتردده N قابل للضبط.
- موصل أومي مقاومته $R = 40\ \Omega$.
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة.
- مكثف سعته $C = 1\ \mu F$.

- أمبيرمتر مقاومته مهملة.

يعطي المنحنى جانبه تغيرات الشدة الفعالة I للتيار الكهربائي المار في الدارة بدلالة التردد N.





1) حدد قيمتي N_0 و I_0. ما اسم الظاهرة التي تبرز عند $N = N_0$ ؟

2) 2.1 - احسب معامل التحريض L للوشيعة. (نأخذ : $\pi^2 = 10$)

2.2 - احسب قيمة التوتر الفعال U.

3) 3.1 - حدد مبيانيا عرض المنطقة الممررة ΔN واستنتج معامل الجودة Q.

3.2 - أوجد تعبير التوتر الفعال U_{Co} بين مربطي المكثف بدلالة Q و U عندما تكون $N = N_0$. احسب U_{Co}.

3.3 - هل تعتبر الدارة مقر فوق التوتر ؟

الحل

1) نقرأ على المبيان : $N_0 = 500\text{ Hz}$ و $I_0 = 88\text{ mA}$

الظاهرة التي تبرز عند $N = N_0$ هي ظاهرة الرنين حيث الشدة الفعالة I للتيار الكهربائي المار في الدارة عند هذا التردد تكون قصوية.

2) 2.1 - عند الرنين تتحقق العلاقة :

$$L\,C\,\omega_0^2 = 1 \quad \text{مع} \quad \omega_0 = 2\,\pi\,N_0$$

إذن :

$$\boxed{L = \frac{1}{C\,\omega_0^2} = \frac{1}{4\,\pi^2\,C\,N_0^2}}$$

ت.ع. : $L = \frac{1}{4\pi^2 . 10^{-6} . (500)^2}$

$L \approx 0,1\ H$

2.2 - عند الرنين تساوي ممانعة الدارة مقاومتها :

$$Z = R = \frac{U}{I_0}$$

ومنه : $\boxed{U = R\ I_0}$

ت.ع. : $U = 40 . 88 . 10^{-3}$

$U = 3,52\ V$

3) 3.1 - نحدد من المنحنى الترددين N_1 و N_2 مع $(N_2 > N_1)$ حيث تكون :

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 62,2\ mA$$

فنجد : $N_1 = 465\ Hz$ و $N_2 = 530\ Hz$

عرض المنطقة الممررة هو :

$$\Delta N = N_2 - N_1$$

$$\Delta N = 530 - 465 \qquad \Delta N = 65\ Hz$$

ومعامل الجودة هو : $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$

$$Q = \frac{500}{65} \qquad Q = 7,7$$

3.2 - عند الرنين حيث الشدة الفعالة للتيار هي I_0 تكون : $U_{C_0} = Z_C\ I_0$

مع : $Z_C = \frac{1}{C\ \omega_0}$ ممانعة المكثف و : $I_0 = \frac{U}{R}$

إذن : $U_{C_0} = \frac{U}{R\ C\ \omega_0}$

نعلم أن تعبير معامل الجودة للدارة RLC هو : $Q = \frac{1}{R\ C\ \omega_0}$

نستنتج : $\boxed{U_{C_0} = Q\ U}$

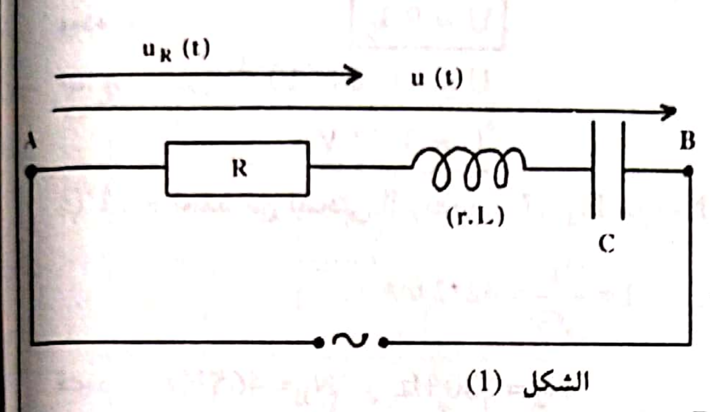
ت.ع. : $U_{C_0} = 7,7 \times 3,52$

$U_{C_0} \approx 27\ V$

3.3 - وجدنا عند الرنين : $U = 3,52\ V$ و $U_{C_0} = 27\ V$

يكون التوتر الفعال U_{C_0} بين مربطي المكثف أكبر بكثير من التوتر الفعال U بين مربطي الدارة، فنستنتج أن الدارة هي مقر فوق التوتر.

التمرين الثلاثون



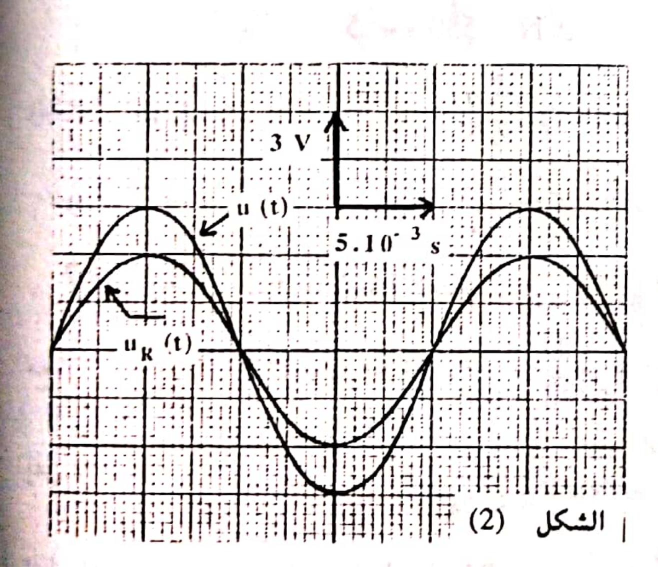
الشكل (1)

يتكون ثنائي القطب AB من العناصر التالية المركبة على التوالي :

- موصل أومي مقاومته $R = 20\ \Omega$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r.
- مكثف سعته $C = 20\ \mu F$.

يطبق مولد ذو تردد منخفض (GBF) بين A و B توترا متناويا جيبيا تردده N قابل للضبط.

بالنسبة لتردد معين، نعاين على شاشة راسم التذبذب التوترين u (t) و u_R (t) (أنظر الشكل 1) فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل (2).



الشكل (2)

1) انقل تبيانة الدراة ومثل عليها موضع ربط هيكل راسم التذبذب.

2) حدد الظاهرة التي يبرزها الرسم التذبذبي. علل جوابك.

3) أوجد التردد الخاص N_0 للمتذبذب (RLC) واستنتج معامل التحريض L للوشيعة.

4) احسب الممانعة Z لثنائي القطب (AB) واستنتج المقاومة r للوشيعة.

5) نغير تردد المولد الى أن يأخذ القيمة $N = 45\ Hz$.

بين في هذه الحالة أن الدارة كثافية ثم مثل، بدون سلم، إنشاء فرينيل المقابل لها.

الحــل

1)

2) يعبر التوتر u_R (t) عن تغيرات شدة التيار اللحظية i (t).

ويبين الرسم التذبذبي أن التوترين u (t) و u_R (t) على توافق في الطور، أي أن u (t) و i (t) على توافق في الطور وتكون الظاهرة التي يبرزها الرسم التذبذبي هي ظاهرة الرنين.

3) عند الرنين يساوي التردد N للمولد التردد الخاص N_0 للمتذبذب (RLC).

ومن الرسم التذبذبي نجد الدور T للتوترين :

$$T = 4 \times 5 \cdot 10^{-3} \quad \text{أي :} \quad T = 20 \text{ ms}$$

تردد المولد هو :

$$N = \frac{1}{T}$$

$$N = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}} \quad \text{أي :} \quad N = 50 \text{ Hz}$$

إذن :

$$\boxed{N_0 = N = 50 \text{ Hz}}$$

من النبض الخاص للمتذبذب (RLC) :

$$\omega_0 = 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

نستنتج :

$$4\pi^2 N_0^2 = \frac{1}{LC}$$

أي :

$$\boxed{L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}}$$

ت. ع. :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 50^2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}$$

$$\underline{L \approx 0,507 \text{ H}}$$

4) ممانعة ثنائي القطب (AB) هي :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{مع} \quad I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$$

ومنه :

$$\boxed{Z = R\frac{U_m}{U_{Rm}}}$$

ت.ع. : من الرسم التذبذبي نجد : $U_m = 1,5 \times 3 = 4,5\ V$

$U_{Rm} = 1 \times 3 = 3\ V$

إذن : $Z = 20 \times \frac{4,5}{3}$ أي : $\underline{Z = 30\ \Omega}$

عند الرنين تكون ممانعة ثنائي القطب (AB) دنوية وتساوي مقاومته الكلية :

$$Z = r + R$$

ومنه $\boxed{r = Z - R}$

ت.ع. : $r = 30 - 20$ أي : $\underline{r = 10\ \Omega}$

5) نقارن المقدارين $L\omega$ و $\frac{1}{C\omega}$.

* $L\omega = 2\pi N L$

$L\omega = 2\pi . 45 . 0,507$

$\underline{L\omega = 143,4\ \Omega}$

* $\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi N C}$

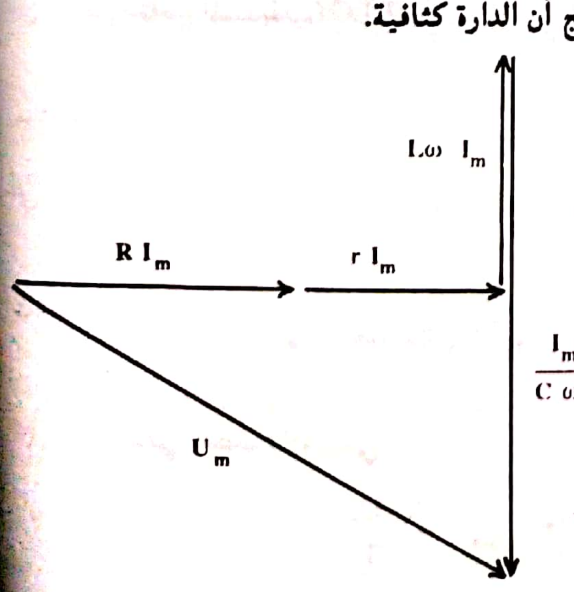
$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi . 45 . 20 . 10^{-6}}$

$\underline{\frac{1}{C\omega} = 176,8\ \Omega}$

ومنه نستنتج : $\boxed{L\omega < \frac{1}{C\omega}}$

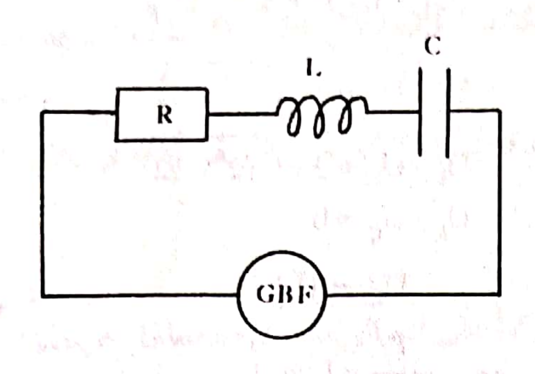
إذن التأثير الكثافي أكبر من التأثير التحريضي ونستنتج أن الدارة كثافية.

إنشاء فرينيل حيث $L\omega I_m < \frac{I_m}{C\omega}$



التمرين الواحد والثلاثون

يغذي مولد (GBF) دارة (RLC) متوالية بتوتر متناوب جيبي قيمته الفعالة ثابتة $U = 12\ V$ وتردده N قابل للضبط.



نضبط تردد المولد عند قيمة معينة ونقيس بواسطة فولطمترين التوترين الفعالين U_R و U_L بين مربطي كل من الموصل الأومي والوشيعة.

ليكن U_C التوتر الفعال بين مربطي المكثف.

1) أوجد العلاقة بين U ، U_R ، U_L و U_C.

2) بالنسبة للتردد $N_0 = 411\ Hz$ نجد : $U_R = 12\ V$ و $U_L = 31\ V$

2.1 - بين أن الدارة توجد في حالة الرنين.

2.2 - مثل، في هذه الحالة، إنشاء فرينيل.

السلم : $1\ cm$ لكل توتر فعال $6\ V$.

3) بالنسبة للتردد $N_1 = 700\ Hz$ نجد : $U_R = 4\ V$ و $U_L = 17,3\ V$

3.1 - هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟ علل جوابك.

3.2 - احسب U_C.

الحل

1) لتكن I الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة.

لدينا :
$$U = Z\,I$$

$$U = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\ .\ I \quad \text{مع} \quad \omega = 2\pi N$$

$$U^2 = \left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right] I^2$$

$$U^2 = R^2 I^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 I^2$$

$$U^2 = (R\,I)^2 + \left(L\omega I - \frac{I}{C\omega}\right)^2$$

نعلم أن : $U_R = R\,I$ و $U_L = L\,\omega\,I$ و $U_C = \frac{1}{C\,\omega} I$

إذن : $\boxed{U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$

2) 2.1 - التوتر الفعال U_C هو كالتالي :

$$(U_L - U_C)^2 = U^2 - U_R^2$$

ومنه :

$$U_L - U_C = \pm\sqrt{U^2 - U_R^2}$$

$$U_L - U_C = \pm\sqrt{12^2 - 12^2}$$

$$U_L - U_C = 0$$

أي : $U_C = U_L$

أو : $\frac{I}{C\omega_0} = L\omega_0 I$ مع $\omega_0 = 2\pi N_0$

ومنه : $\boxed{\frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0}$

تتحقق هذه النتيجة عند الرنين.

2.2 - إنشاء فرينيل (انظر الشكل جانبه).

3) 3.1 - لدينا : $N_1 > N_0$

$$\omega_1 > \omega_0$$

$$\omega_1 > \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_1^2 > \frac{1}{LC}$$

ومنه : $\boxed{L\omega_1 > \frac{1}{C\omega_1}}$

إذن التأثير التحريضي متفوق على التأثير الكثافي، فنستنتج أن الدارة تحريضية.

3.2 - التوتر U_C هو كالتالي :

$$(U_L - U_C)^2 = U^2 - U_R^2$$

$$U_L - U_C = \pm\sqrt{U^2 - U_R^2}$$

$$\boxed{U_C = U_L \pm\sqrt{U^2 - U_R^2}}$$

ت.ع : $U_C = 17,3 \pm\sqrt{12^2 - 4^2}$

إذن : $U_C = 6\ V$ أو $U_C = 28,6\ V$

نقبل الحل $U_C = 6\ V$ لأن الدارة تحريضية $(U_L > U_C)$.

التمرين الثاني والثلاثون

بواسطة واطمتر نقيس القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة من طرف ثنائي قطب (D) يشتغل بمأخذ التيار المنزلي فنجد : $\mathcal{P} = 2,1\ kW$.

التوتر الفعال بين مربطي (D) هو $U = 220V$ والشدة الفعالة للتيار الكهربائي المار في (D) هي $I = 10,1A$

1) احسب ممانعة ثنائي القطب (D) .

2) احسب معامل القدرة.

3) يكافئ ثنائي القطب (D) موصلاً أومياً مقاومته R مركباً على التوالي مع وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة.

3.1 - أوجد تعبير $\mathcal{P}$ بدلالة R و I.

3.2 - احسب R و L.

الحل

1) ممانعة ثنائي القطب (D) هي :

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$Z = \frac{220}{10,1} \quad \text{أي :} \quad \underline{Z = 21,8\ \Omega}$$

2) لدينا : $\mathcal{P} = U\ I \cos\varphi$

ومنه $\boxed{\cos\varphi = \frac{\mathcal{P}}{U\ I}}$

ت.ع : $\cos\varphi = \frac{2,1\ .\ 10^3}{220 \times 10,1}$

$$\underline{\cos\varphi = 0,945}$$

3.1 - لدينا : $\mathcal{P} = U\ I \cos\varphi$ و $U = Z\ I$ و $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

إذن : $\mathcal{P} = Z\ I^2 \ .\ \frac{R}{Z}$

ومنه $\boxed{\mathcal{P} = R\ I^2}$

3.2 - حساب R :

$$\boxed{R = \frac{\mathcal{P}}{I^2}}$$

$$R = \frac{2,1 \cdot 10^3}{(10,1)^2}$$

$$\underline{R = 20,6\,\Omega}$$

حساب L :

ممانعة ثنائي القطب (D) هي :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \quad \text{مع} \quad \omega = 2\pi N$$

ومنه :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$Z^2 - R^2 = (L\omega)^2$$

لدينا دائما $L > 0$ إذن :

$$\boxed{L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - R^2}}$$

ت.ع. : تردد التيار الكهربائي المنزلي هو $N = 50\ Hz$.

$$\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi\ rad \cdot s^{-1}$$

$$L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{(21,8)^2 - (20,6)^2}$$

$$\underline{L \approx 22,7 \cdot 10^{-3}\ H}$$

التمرين الثالث والثلاثون

نعتبر دارة متوالية (RLC) يوجد بين مربطيها توتر متناوب جيبي قيمته الفعالة $U = 24\ V$ وتردده N قابل للضبط.

نعطي : $R = 20\,\Omega$ ، $L = 0,5\ H$ ، $C = 5\,\mu F$

1) بالنسبة للتردد $N = 50\ Hz$، احسب :

- الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة.
- القدرة المتوسطة المستهلكة.
- القدرة الظاهرية.
- الطاقة المكتسبة خلال دور T.

2) بالنسبة لأي تردد تكون القدرة المتوسطة المستهلكة قصوية ؟

3) بالنسبة لترددين N_1 و N_2 حيث $N_2 > N_1$ تساوي القدرة المتوسطة المستهلكة نصف القدرة المتوسطة المستهلكة عند الرنين.

احسب : $(N_2 - N_1)$

الحـــل

1) الشدة الفعالة I هي كالتالي :

لدينا : $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ مع $\omega = 2\pi N$

ومنه : $$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

ت.ع. : $\omega = 2\pi \times 50$ أي : $\omega = 100\pi\ rad . s^{-1}$

$$I = \frac{24}{\sqrt{20^2 + \left(0,5 \times 100\pi - \frac{1}{5 . 10^{-6} \times 100\pi}\right)^2}}$$

$$I = \frac{24}{\sqrt{20^2 + (157 - 637)^2}}$$

$$I = 0,05\ A$$

- القدرة المتوسطة المستهلكة هي :

$$\mathcal{P} = U\, I \cos\varphi = R\, I^2$$

$$\mathcal{P} = 20 \times (0,05)^2$$

$$\mathcal{P} = 0,05\ W$$

- القدرة الظاهرية هي : $S = U\, I$

$$S = 24 \times 0,05$$

$$S = 1,2\ V.A$$

- الطاقة المكتسبة خلال دور T هي : $\mathcal{E} = \mathcal{P} . T$

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{P}}{N}$$

ت.ع. : $\mathcal{E} = \frac{0,05}{50}$

$$\mathcal{E} = 10^{-3}\ J$$

2) لدينا : $\mathcal{P} = R\, I^2$

تكون $\mathcal{P}$ قصوية عندما تكون الشدة الفعالة للتيار قصوية. ويتحقق ذلك عند الرنين حيث يكون لدينا :

$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$ مع $\omega_0 = 2\pi N_0$

ومنه : $\omega_0^2 = \frac{1}{L C}$

$$4\pi^2 N_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

ت.ع. :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,5 \times 5 \cdot 10^{-6}}}$$

$$\underline{N_0 = 100,7 \text{ Hz}}$$

3) القدرة المتوسطة المستهلكة هي : $\mathcal{P} = R I^2$

القدرة المتوسطة المستهلكة عند الرنين هي : $\mathcal{P}_0 = R I_0^2$ (I_0 الشدة الفعالة عند الرنين)

بالنسبة لـ N_1 و N_2 يكون لدينا : $\mathcal{P} = \frac{\mathcal{P}_0}{2}$

$$R I^2 = \frac{R I_0^2}{2}$$

$$\boxed{I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}}$$

من تعريف المنطقة المررة نستنتج أن N_1 و N_2 يمثلان القيمتين الحديتين للمنطقة المررة ويكون الفرق ($N_2 - N_1$) هو عرض المنطقة المررة :

$$\boxed{N_2 - N_1 = \frac{R}{2\pi L}}$$

ت.ع. :

$$N_2 - N_1 = \frac{20}{2 \times \pi \times 0,5}$$

$$\underline{N_2 - N_1 = 6,4 \text{ Hz}}$$